Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 36 (1937)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA COURBE DE L'HÔPITAL
Autor: Turrière, E.
Kapitel: 11. — Pendule à tension constante.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-28032

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 29.04.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

5° A l'hypocycloïde à trois rebroussements

$$\rho = a \sin 3\alpha ,$$

correspond l'hodographe d'équation polaire

$$r^3 = A \sin 3\alpha ;$$

C'est la cubique de Tschirnhausen, caustique de parabole, inverse d'orthogénide.

6° La spirale d'Archimède est l'hodographe associé ainsi à une trajectoire d'équation naturelle

$$\rho = \alpha^3 \times \text{const} ,$$

c'est-à-dire à une développante supérieure de cercle.

7° A la chaînette

$$\rho \cos^2 \alpha = a ,$$

correspond l'hodographe:

$$r \cos^{\frac{2}{3}} \theta = \text{const} .$$

11. — Pendule à tension constante.

Déterminer la courbe Γ sur laquelle il faut enrouler le fil qui soutient le pendule simple restant dans un plan vertical, pour que la tension du fil soit constante.

La courbe (Γ) est évidemment la développée d'une courbe à pression constante pour le mouvement du point pesant.

L'équation *naturelle* de la courbe à pression constante est:

$$\rho = \frac{2A}{(\cos \alpha - N)^3} ;$$

en dérivant, on obtient l'équation naturelle de la courbe du pendule à tension constante:

$$\rho = \frac{B \sin \alpha}{(\cos \alpha - N)^4} .$$

Dans le cas de la courbe algébrique de l'Hôpital (N = 1), l'équation naturelle de la développée est :

$$\rho = \frac{3}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} .$$

12. — Conclusion.

Du point de vue historique, le problème de Jean Bernoulli marque une date pour la découverte des principes de la dynamique du point matériel en mouvement sur une courbe imposée.

Jean Bernoulli n'a publié aucune solution; Leibniz n'a donné aucune réponse. Huygens avait, à la vérité, à la fin de son *De Horologio oscillatorio*, indiqué quelques propriétés, mais sans démonstrations. « Il s'était contenté de faire voir qu'il savait le secret des forces centrifuges, mais il ne l'avait pas voulu découvrir. C'était une espèce d'énigme qu'il avait proposée aux plus habiles géomètres; l'illustre Newton en avait deviné une partie... » [1].

Les difficultés furent vaincues par l'Hôpital, qui détermina la relation entre la réaction, la courbure et la hauteur de chute équivalente pour la vitesse acquise.

Le Mémoire de l'Hôpital, sous ce point de vue, est plus important que la solution même du problème auquel il est consacré.

---

1 *Histoire de l'Académie royale des Sciences*, 1700, p. 80.