

# 11. — Pendule à tension constante.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

5° A l'hypocycloïde à trois rebroussements

$$\rho = a \sin 3\alpha ,$$

correspond l'hodographe d'équation polaire

$$r^3 = A \sin 3\alpha ;$$

C'est la cubique de Tschirnhausen, caustique de parabole, inverse d'orthogénide.

6° La spirale d'Archimède est l'hodographe associé ainsi à une trajectoire d'équation naturelle

$$\rho = \alpha^3 \times \text{const} ,$$

c'est-à-dire à une développante supérieure de cercle.

7° A la chaînette

$$\rho \cos^2 \alpha = a ,$$

correspond l'hodographe:

$$r \cos^{\frac{2}{3}} \theta = \text{const} .$$

## 11. — PENDULE À TENSION CONSTANTE.

Déterminer la courbe  $\Gamma$  sur laquelle il faut enrouler le fil qui soutient le pendule simple restant dans un plan vertical, pour que la tension du fil soit constante.

La courbe ( $\Gamma$ ) est évidemment la développée d'une courbe à pression constante pour le mouvement du point pesant.

L'équation *naturelle* de la courbe à pression constante est:

$$\rho = \frac{2A}{(\cos \alpha - N)^3} ;$$

en dérivant, on obtient l'équation naturelle de la courbe du pendule à tension constante:

$$\rho = \frac{B \sin \alpha}{(\cos \alpha - N)^4} .$$

Dans le cas de la courbe algébrique de l'Hôpital ( $N = 1$ ), l'équation naturelle de la développée est :

$$\rho = \frac{3}{\cos^6 \frac{\alpha}{2}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} .$$

## 12. — CONCLUSION.

Du point de vue historique, le problème de Jean Bernoulli marque une date pour la découverte des principes de la dynamique du point matériel en mouvement sur une courbe imposée.

Jean Bernoulli n'a publié aucune solution; Leibniz n'a donné aucune réponse. Huygens avait, à la vérité, à la fin de son *De Horologio oscillatorio*, indiqué quelques propriétés, mais sans démonstrations. « Il s'était contenté de faire voir qu'il savait le secret des forces centrifuges, mais il ne l'avait pas voulu découvrir. C'était une espèce d'énigme qu'il avait proposée aux plus habiles géomètres; l'illustre Newton en avait deviné une partie... »<sup>1</sup>.

Les difficultés furent vaincues par l'Hôpital, qui détermina la relation entre la réaction, la courbure et la hauteur de chute équivalente pour la vitesse acquise.

Le Mémoire de l'Hôpital, sous ce point de vue, est plus important que la solution même du problème auquel il est consacré.

---

<sup>1</sup> *Histoire de l'Académie royale des Sciences*, 1700, p. 80.