

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 36 (1937)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR LES DIVISIONS SEMBLABLES TRACÉES SUR LES CÔTÉS D'UN TRIANGLE  
**Autor:** Marchay, R.  
**Kapitel:** II. — Droites de Simson sous un angle quelconque.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-28036>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

3. — Il y a trois systèmes de positions L.M.N., en ligne droite, deux sont en général à distance finie, nous les désignerons par  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ ; la troisième est la droite de l'infini. Si le cercle  $\Gamma$  correspondant coupe les côtés en trois autres points à distance finie, ces points sont en ligne droite, et nous dirons que le système est *convergent*. Dans le cas contraire, nous dirons qu'il est *divergent*.

Avant de passer à l'étude des systèmes convergents, nous examinerons quelques propriétés des droites de Simson généralisées.

## II. — DROITES DE SIMSON SOUS UN ANGLE QUELCONQUE.

4. — Les projections sous l'angle  $\varphi$  d'un point du plan d'un triangle sur les côtés et les projections  $(\pi - \varphi)$  de son inverse, sont sur une même circonférence. Si l'inverse est à l'infini, ce cercle devient la droite de Simson, sous l'angle  $\varphi$  du point donné. Le lieu des points qui ont des droites de Simson sous un angle quelconque est le cercle circonscrit (*J. de Vuibert, 37<sup>me</sup> année, p. 45*).

5. — Les points dont les droites de Simson ( $\varphi$ ) passent par un point Q sont sur une hyperbole passant par Q, par un sommet A, et, admettant pour directions asymptotiques, celles des projetantes ( $\varphi$ ) sur les côtés B.A. et C.A.

Cette conique coupe le cercle circonscrit en trois autres points. *Donc la condition de convergence des droites de Simson ( $\varphi$ ) de trois points S, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>, est que S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub> soit antiparallèle à A.S. par rapport à l'angle B.A.C., dévié de l'angle ( $-\varphi$ ).*

6. — Soient,  $s, s_2, s_3, \alpha$  les distances angulaires dirigées de S, S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>, A, à A par rapport au centre O du cercle circonscrit. A' étant l'extrémité de la corde AA' parallèle à B.C. — Par A, je mène la corde AS'<sub>1</sub> parallèle à S<sub>2</sub>, S<sub>3</sub>; ou  $a$ , le rayon étant pris pour unité,  $\widehat{S_2 S_1} = s_3$ .

La condition de convergence est alors que AS<sub>1</sub> et AS, soient antiparallèles, etc... C'est-à-dire que l'on ait

$$\widehat{S_1 B} - \varphi = \varphi - \widehat{S'_1 C}$$

d'où

$$\widehat{S_1B} - \widehat{CS_1'} = 2\varphi, \quad \widehat{S_1B} - \widehat{CS_2} - \widehat{S_2S_1'} = 2\varphi$$

$$\begin{aligned} 2\varphi &= -\widehat{BA} - \widehat{AS_1} - \widehat{CS_3} - \widehat{S_2S_1'} = -\widehat{BA} - s_1 + \widehat{S_2A} + \widehat{AC} - s_3 \\ &= -\widehat{BA} + \widehat{AC} - s_1 - s_2 - s_3 \end{aligned}$$

et

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi = \widehat{AB} + \widehat{BA'} = \widehat{AA'} = \alpha$$

$$s_1 + s_2 + s_3 + 2\varphi - \alpha = 0.$$

Résultat qui généralise la formule donnée par M. Boulanger (N.A., 1919, p. 22).

### III. — SYSTÈMES CONVERGENTS.

7. — Soient  $l, m, n$ , des constantes proportionnelles aux éléments homologues des trois divisions du n° I.

Si l'on a

$$al + bm + cn = 0, \quad (1)$$

il existe toujours, en vertu du théorème des projections, une droite  $D$  et un angle  $\varphi$ , tels que les projections ( $\varphi$ ) sur les côtés, d'un point  $S$  de cette droite, déterminent les trois divisions proposées.

$S, S_2$ , étant les intersections de  $D$  avec le cercle circonscrit, les droites  $\Delta_1, \Delta_2$  du système sont les droites de Simson ( $\varphi$ ) de ces points.

Si  $S$  se transporte à l'infini, en vertu du n° II-4, le cercle de rayon infini correspondant, se compose de la droite de l'infini et de la droite de Simson ( $\pi - \varphi$ ) d'un point  $S_3$  tel que  $AS_3$  soit antiparallèle à  $D$  par rapport à l'angle  $B.A.C.$

Désignons par  $\delta$  cette droite de Simson. On voit qu'elle est la même, que  $S$  s'éloigne indéfiniment dans un sens ou dans l'autre.

*L'équation (1) constitue donc une condition suffisante de convergence du système.*