

# IV. — Systèmes orthogonaux.

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **36 (1937)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

d'un autre côté

$$\frac{\sin \lambda_1}{\sin \mu_1} = \lim \cdot \frac{\sin \widehat{M'L'V}}{\sin \widehat{L'M'V}} = \lim \cdot \frac{M'V}{L'V} \quad (7)$$

et d'après (4), (5), (6)

$$\frac{\sin \lambda_1}{\sin \mu_1} = \frac{\overline{M_1V} \cdot M'V}{\overline{L_1V} \cdot L_1V} \times \frac{l}{m} = \frac{l}{m} \quad (8)$$

$$\lambda_1 = \lambda, \quad \mu_1 = \mu. \quad (9)$$

On aurait de même  $\mu_2 = \mu$ ,  $\nu_2 = \nu$ , donc  $zz'$  et  $xx'$  se confondent avec une parallèle à  $\delta$ .

Les deux coniques (C) et (A) ont cette parallèle pour tangente commune. Le cercle  $\Gamma$  correspondant est une ligne droite qui passe par V et se confond avec  $xz$ ; il peut être exclu du groupe des quatre cercles  $\Gamma$  qui passent en général par V.

Donc: *dans tout système convergent, l'enveloppe de la corde commune au cercle variable  $\Gamma$  et à une position fixe  $\Gamma_0$  quelconque de ce cercle est une conique  $\Sigma$  tangente à  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  et  $\delta$ .*

#### IV. — SYSTÈMES ORTHOGONAUX.

11. — Si  $\Delta_1$ ,  $\Delta'$  et  $\delta$  passent par un même point  $\Omega$  la conique  $\Sigma$  se réduit à  $\Omega$  et, par suite, la corde commune à  $\Gamma$  et  $\Gamma_0$  passe constamment par ce point.

*Donc dans tout système convergent, si  $\Delta_1$ ,  $\Delta'$  et  $\delta$  passent par un même point, le cercle  $\Gamma$  reste orthogonal à un cercle fixe, ayant pour centre le point d'intersection de ces trois droites.*

Nous dirons alors que le système est *orthogonal*.

12. — Soient  $l$ ,  $m$ ,  $n$ , les trois paramètres définis au n° 7, et satisfaisant à l'équation (1) de ce numéro.

Proposons-nous de construire un système convergent orthogonal, l'angle  $\varphi$  étant arbitraire.

La direction  $\delta$  est donnée par les équations (3) n° 8 et  $\delta$  se trouve comme étant une droite de Simson ( $\pi - \varphi$ ) de direction donnée.

Soient  $\Omega$  l'intersection de  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ ;  $S_1, S_2$  les intersections de  $D$  avec le cercle circonscrit  $O$ ,  $S_3$  le troisième point dont la droite de Simpson ( $\varphi$ ) passe par  $\Omega$ ; et  $\Delta_3$  cette droite.  $(D, \delta)$  étant un angle égal à  $\varphi$ , la direction  $D$  est connue. Le point  $S_3$  est donné alors par le théorème n° 5, et  $\Omega$  est déterminé comme intersection de  $\Delta_3$  et de  $\delta$  puisque  $\delta$  doit passer par  $\Omega$ .

$S_1, S_2$  sont alors les intersections de  $O$  avec une conique qui passe par  $S_3, \Omega$  etc... (n° 5, 1<sup>er</sup> alinéa).

Si  $\varphi \neq \pm \frac{\pi}{2}$  il n'y a qu'une position de  $\Omega$  et par suite de  $D$ , le système se trouve alors parfaitement déterminé.

Si  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  les droites  $\Delta_3$  et  $\delta$  coïncident, et il y a une infinité de positions pour  $D$ ; ce qui démontre le théorème de Lemoyne dont le cas précédent est une généralisation.

13. — On peut se demander maintenant si cette généralisation n'est pas illusoire, en d'autres termes si le cercle variable  $\Gamma$  n'est pas toujours circonscrit au triangle podaire ordinaire d'un point qui décrit une droite ou une conique circonscrite.

Or si  $L, M, N$ , étaient les projections orthogonales sur  $a, b, c$ , d'un même point, les projetantes seraient tangentes à une conique de foyer  $S$  et dont le cercle principal aurait pour rayon celui de  $\Gamma$  multiplié par  $\cos \cdot \varphi$ .

Cette conique aurait trois tangentes qui passeraient par un même point.

En outre le point qui a  $L$  pour projection sur  $a$ , et le second point d'intersection de  $\Gamma$  avec  $b$ , pour projection sur  $b$ , ne décrit pas en général une droite.

Donc, les cas où  $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$  sont bien distincts de celui de Lemoyne.

## V. — AUTRE GÉNÉRALISATION.

14. — Par un point donné ne passent que trois positions du cercle podaire d'un point qui décrit une droite. Ceci résulte du n° III-10 puisque les projections du point sur les côtés déterminent un système convergent.