

BIBLIOGRAPHIE

Objektyp: **Group**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

BIBLIOGRAPHIE

Alfred LACROIX. — **Figures de Savants.** — Deux volumes gr. in-8°. T. III, XIII-220 pages et 16 planches; Prix: 125 francs. T. IV, 260 pages et 16 planches; Prix: 150 francs. Gauthier-Villars. Paris 1938.

Nous avons signalé ici (30, 1931, p. 299) les deux premiers volumes de ce magnifique ouvrage qui d'ailleurs n'est peut-être pas terminé avec le tome IV. En ces volumes III et IV, il s'agit toujours de l'histoire de l'Académie des Sciences mais plus particulièrement dans ses rapports avec la France d'Outre-Mer, de la fin du XVII^e siècle au début du XIX^e. De grands savants, dont les noms frappent immédiatement, firent de grands voyages d'études. Mais, à côté d'eux, des correspondants beaucoup plus obscurs, qui souvent ne correspondaient avec l'Académie que très indirectement, firent beaucoup pour le développement de notre domaine colonial ou sa mise en valeur. Témoin, par exemple, ce Pierre Poivre, au nom prédestiné, qui s'occupa énormément d'épices et sut avoir une jolie jeune femme que Bernardin de Saint-Pierre idéalisa sous les traits de la Virginie de *Paul et Virginie*. M. Alfred Lacroix, j'ai déjà eu l'occasion de le remarquer, a le don merveilleux de présenter tout à coup des anecdotes de ce genre, ce qui crée, chez le lecteur, des surprises aussi intenses que charmantes. Mais nous ne pouvons nous arrêter sur toutes. Condensons plutôt les Tables des matières.

Tome III: Introduction. — I: *Antilles et Guyane*. Avant-propos. L'Académie royale des Sciences. Jean Richer. Le P. Feuillée. Quelques botanistes. Lignon le Jeune. Michel Isambert. Pierre Barrère. D'Hauterive. Jean-André Peyssonnel. Jacques-François Artur. Duhamel. J.-B. René Pouppe-Desportes. Charles-Marie de la Condamine. Le Chevalier Turgot et Thibault de Chanvalon. Bertrand Bajon. Jean-Baptiste Leblond. François-Joseph de Foulquier. Louis-Claude Richard. Antoine du Puget d'Orbal. Un Honoraire de l'Académie. Le comte César Henri de la Luzerne. Alexandre Giroud. Thomas Luc Auguste Hapel Lachênaie. Alexandre Moreau de Jonnés. Encore quelques voyageurs. Le vicomte de Pagès. Joseph Dombey. Palisot de Beauvois. Pierre Turpin. Louis Clouet. Conclusion. — II: *Mascareignes, Madagascar, Inde, Indochine*. Avant-propos. J.-F. Charpentier de Cossigny, Nicolas-Louis de la Caille. D'Après de Maineville. Le Gentil de la Galaisière. Alexandre Pingré. Jean-Baptiste-François de Lanux. Pierre Poivre. Bernardin de Saint-Pierre. Explication des planches. Liste des personnages étudiés ou cités.

Tome IV. — II: *Mascareignes, Madagascar, Indes, Pacifique* (suite et fin). Les collaborateurs de Pierre Poivre. Philibert Commerson. Alexis-Marie Rochon, Pierre Sonnerat. Joseph-François Charpentier de Cossigny de Palma, Joseph Hubert. Jean-Baptiste Lillet-Géoffroy. Les explorateurs

de l'Océan Indien austral. Yves-Joseph de Kerguelen-Tremadec. Le vicomte de Pagès. Le Pauté d'Agelet. Jean-Guillaume Brugnières. Quelques mots sur les grandes expéditions scientifiques de la fin du XVIII^e siècle. Expédition de Lapérouse sur la Boussole et l'Astrolabe. Expédition d'Entrecasteaux sur la Recherche et l'Espérance. Houtou de La Billardière. Beaupré. Aubert Aubert du Petit Thouars. L'Expédition de Nicolas Baudin sur le Naturaliste et le Géographe. François Péron. Bory de Saint-Vincent. André Michaux. Les autres grandes expéditions scientifiques du début du XIX^e siècle. Expédition de L.-C. de Freycinet sur l'Uranie et la Physicienne. Quoy et Gaudichaud Beaupré. Duperrey. Voyages de Gaudichaud sur l'Herminie, puis sur la Bonite. Expédition de Duperrey sur la Coquille. René-Primevère Lesson. Expédition de Dumont d'Urville sur l'Astrolabe et la Zélée. Quoy, Gaimard, Pierre-Adolphe Lesson. Conclusions. Gaspard Monge et le changement de nom de l'île Bourbon en île de la Réunion. — III: *Les cinq Jussieu*. Avant-propos. La famille des Jussieu. Antoine de Jussieu. Ses correspondants. Michel Sarrasin. Le P. Gaubil. Son œuvre coloniale. Bernard de Jussieu. Ses correspondants. Charles Linné. Le P. d'Incarville. Antoine-Laurent de Jussieu et son œuvre. Ses correspondants. Sir Joseph Banks. Joseph de Jussieu et ses voyages. Adrien de Jussieu. Conclusion. — IV: *Afrique occidentale*. Avant-propos. Michel Adanson. Palisot de Beauvois. — V: *La Recherche scientifique dans la France d'Outre-Mer*. Fagon et ses successeurs. Le présent et l'avenir. Explication des planches. Liste des personnages étudiés ou cités dans les Tomes III et IV. Table des matières.

N'insistons pas spécialement sur les mathématiciens, les astronomes, les géodésiens qui figurent dans cette liste. Il faut se rendre compte de l'ensemble et surtout de la beauté du travail littéraire constitué par toutes ces notices écrites d'un style qui ne se répète pas. Les planches hors texte sont des portraits et des autographes.

L'œuvre porte à penser que bien des Français, qu'on ne peut cependant supposer malintentionnés, ne savent pas parler comme il convient des efforts faits par nos aïeux en matière coloniale. M. Alfred Lacroix nous donne, à cet égard, une saine et grandiose leçon.

A. BUHL (Toulouse).

Maurice FRÉCHET. — **Probabilités. Méthode des Fonctions arbitraires. Théorie des Événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles.** Second Livre (Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications publié par M. Emile Borel, avec la collaboration de C.-V.-L. Charlier, R. Deltheil, P. Dubreil, M. Fréchet, H. Galbrun, J. Haag, R. Lagrange, F. Perrin, Ch. Risser, P. Traynard, J. Ville. Tome I. Fascicule III). — Un volume gr. in-8° de x-316 pages. Prix: 130 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

M. Maurice Fréchet, dans le grand Traité Borel, a déjà rédigé un Fascicule III, du Tome I, consacré aux « Généralités » et aux « Variables aléatoires », fascicule pour lequel j'ai déjà dit tout mon enthousiasme (*Ens. math.*, **36**, 1937, p. 124). Or c'est ce fascicule qui se continue par un Second Livre. Je crains, pour celui-ci, d'être à court d'épithètes laudatives.

Il s'agit maintenant, d'une part, de la Méthode des Fonctions arbitraires créée par Henri Poincaré, méthode qui, pour ainsi dire, fonctionnalise le

hasard en des intégrales définies présentant de certaines propriétés d'invariance. D'autre part, de ces événements en chaîne qui, à ce qu'il me semble, rappellent de plus en plus la Théorie des Groupes. Et n'est-ce pas naturel ? La succession d'événements probabilitaires liés, peut-elle conduire à autre chose qu'à des événements probabilitaires ? La notion de groupe s'impose. Et tout fortifie cette intuition. Les notations à indices, d'abord, les opérations matricielles, l'aboutissement à des systèmes linéaires aux différences finies, systèmes dont la structure semble analogue à celle des systèmes différentiels ordinaires de la Théorie de Lie. Les urnes prennent figure d'espaces et même d'espaces physiques quand les boules qu'elles contiennent deviennent moléculaires, atomiques ou corpusculaires. Le *Principe ergodique* tend à régulariser de telles idées avec lesquelles on passe du battage des cartes au mouvement brownien. En tout ceci les deux grands noms de Poincaré et de Markoff.

Dans l'analyse bibliographique du Premier Livre, je disais notamment : « Le véritable esprit de M. Maurice Fréchet me paraît s'exercer dans le sens d'une révision des définitions fondamentales, non pas à un point de vue philosophique comportant nécessairement du vague, mais au point de vue des extensions, des développements mathématiques possibles ». Une telle impression s'accroît encore dans l'exposé actuel. Ce sont véritablement les procédés de calcul et de formulation qui, par leurs perfectionnements possibles, dirigent ici l'évolution du Calcul des Probabilités.

Ainsi le battage des cartes, en général, ne peut être considéré comme une opération périodique, chaque coup ne mélangeant pas les cartes comme le coup précédent et cependant le geste a une certaine allure périodique qui, si l'on ne peut jamais répondre de sa régularité absolue, tend vers un rythme régulier chez un batteur de plus en plus habile et exercé. Mathématiquement, ceci est l'occasion d'introduire en cet enchaînement de mouvements des méthodes de moyenne, à la Césaro, analogues à celle introduite par Fejér dans la théorie des séries trigonométriques.

Mais, de tels emprunts aux méthodes analytico-algébriques ne vont-ils pas nous éloigner des conceptions probabilitaires initiales ? Nullement. Les probabilités en chaîne, bien que différentes des conséquences du hasard pur, ont toujours une théorie analogue comme M. Jacques Hadamard l'a montré le premier. La manière, l'habitude ne sont pas hasard et il est précisément très remarquable que ce soient-là notions cependant associables à ce même hasard. Il faut, sans doute, admirer ici, à la fois, la généralité des instruments mathématiques et le choix des principes du Calcul laplacien des Probabilités.

Plus loin, groupements et sous-groupements cycliques me confirment dans ce que je disais précédemment au sujet des groupes.

Avec les épreuves en suite continue apparaissent les systèmes d'équations différentielles, les représentations intégrales réciproques des représentations différentielles et tout un ensemble de propriétés fonctionnelles ou intégro-différentielles d'ailleurs précisées dans des notes purement mathématiques qui terminent l'ouvrage.

Riche bibliographie combinée à celle de M. Hostinský.

Ce Second Livre, à coup sûr, n'épuise pas un sujet que nombre de travaux originaux vont tout naturellement continuer. Jusqu'à ce que M. Fréchet les prolonge et les résume en un troisième volume digne des deux maintenant publiés.

A. BUHL (Toulouse).

Emile BOREL. — **Probabilités. Applications aux Jeux de hasard** (Traité Borel...; voir analyse bibliographique précédente. Tome IV. Fascicule II). — Un volume gr. in-8° de XII-122 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Il s'agit d'un des derniers fascicules du Traité du Calcul des Probabilités publié par M. Emile Borel et sa brillante pléiade de collaborateurs, le présent exposé étant du Maître même, constituant un Cours professé, par lui, à la Faculté des Sciences de Paris, en 1936-37, Cours finalement rédigé par M. Jean Ville qui prend rang parmi les collaborateurs susmentionnés.

Il me faut d'abord expliciter tout le plaisir que me cause M. Borel lorsque, dès l'Introduction, il fait l'apologie des idées mathématiques simples qui se développent ensuite jusqu'à être susceptibles d'applications dans des domaines tels ceux de la Physique moderne. Personnellement, c'est ainsi que j'enseigne, non sans qu'il m'en cuise, mais, malgré cela, je crois à l'excellence de cette manière de comprendre et de faire apprendre. M. Borel fait même une allusion au Calcul différentiel absolu et à la Relativité. Or je suis persuadé que ce n'est pas là une comparaison faite à l'aventure. La Science actuelle conduit vraiment aux Univers à structure mathématique, aux groupes, comme je le disais tout à l'heure à propos de l'ouvrage de M. Fréchet et le Calcul des Probabilités doit, lui aussi, conduire tout naturellement à de tels concepts. La liaison est même déjà établie par les Mécaniques statistiques.

Il y a mieux encore. La théorie des jeux est *quantique*, c'est-à-dire qu'elle a des domaines à constantes *spéciales*. M. Borel nous en donne, en passant, un bel exemple avec le jeu d'échecs qui ne se généralise pas sur un échiquier à n^2 cases mais exige $n = 8$.

Mais venons aux jeux probabilitaires.

Il s'agit surtout, avec les dés et les cartes, d'analyse combinatoire. On est presque tenté de croire que tout ce qu'il y a d'intéressant a été dit sur le sujet. Il n'en est rien. Le jeu de passe-dix, le jeu des quatre opérations (qui est, par excellence, un jeu de non-commutativités) révèlent beaucoup d'inattendu. Quant au Problème des parties, c'est-à-dire du jeu quitté équitablement, il donne toute une analyse de polynômes, de fractions rationnelles, de développements binomiaux plus ou moins généralisés qui font penser à des manières plus qu'intéressantes d'illustrer l'Algèbre prise à peu près au niveau de celle des Classes de Spéciales.

Les généralités sur les jeux de cartes contiennent d'innombrables finesses. La valeur des points marqués est variable. Cinq ou six points n'ont pas la même valeur selon qu'il n'en manque plus que deux ou qu'il en manque encore dix pour gagner. Le *bluff* est à étudier et paraît analogue à la *ruse* déjà introduite par certains probabilistes.

Ceci nous conduit à toutes complications d'ordre psychologique, plusieurs de celles-ci pouvant, chose assez curieuse, donner lieu à des usages de variable continue. Les jeux de stratégie conduisent aux problèmes économiques. Il n'est pas rare d'entendre dire à des économistes, à des boursiers, voire à de simples représentants de commerce, qu'ils sont bien « placés » en vue de telle ou telle affaire.

Le jeu de poker peut également, et au moins partiellement, utiliser une analyse continue.

M. Jean Ville a donné, en Note, une élégante analyse de formes linéaires qui lui permet de démontrer simplement un théorème de M. von Neumann relatif à l'habileté introduite dans le jeu.

Et M. Borel, après avoir repris la parole au sujet de cette Note, nous en donne une autre sur « L'Imitation du Hasard ». Léger avant-goût, sans doute, de son prochain fascicule: « Valeur pratique et Philosophie des Probabilités ».

A. BUHL (Toulouse).

Gaston JULIA. — **Introduction mathématique aux Théories quantiques.**

Deuxième partie. Leçons rédigées par R. Marrot (Cahiers scientifiques Direction Gaston Julia. Fascicule XIX). — Un volume gr. in-8° de vi-220 pages. Prix: 85 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1938.

En analysant la Première partie de cet ouvrage (35, 1936, p. 288), nous avons indiqué les livres de Riesz, Hellinger et Toeplitz, Weyl, Courant et Hilbert, Wintner, von Neumann, Stone dont l'auteur s'inspirait. On peut maintenant y joindre J. Delsarte (31, 1932, p. 310) et quelques Mémoires.

Il s'agit toujours de l'espace de Hilbert repris ici d'une manière particulièrement géométrique si l'on peut employer cet adjectif pour un espace à une infinité de dimensions, issu uniquement de propriétés intégrales et où la figuration, d'ailleurs très abstraite, exige une convergence. Cependant les analogies nominales avec l'espace ordinaire sont nettement mises en évidence par M. Julia, par exemple pour le théorème de Pythagore. Les opérations *linéaires* sont possibles et les théories ensemblistes renaîtront, s'il en était besoin, pour analyser le nouveau domaine.

Ce domaine est *métrique*; donc le langage physique y devient possible. Il a son axiomatique, ses repères orthonormaux qui jouent le rôle des repères cartésiens rectangulaires et même, de façon précise, des possibilités constructives avec seule intervention d'ensembles mesurables.

C'est aussi un espace d'opérateurs. L'explorer, c'est explorer un monde de transformations auxquelles, en vertu d'hypothèses supplémentaires, on pourrait faire transformer quelque chose mais qui n'a pas besoin de cela pour être admiré dans toute sa pureté analytique et qui, au point de vue philosophique, est indépendant de ce « fond des choses » dont les esprits naïfs ont tant souhaité la découverte. Nous avons insisté souvent sur un tel point de vue, le seul qui soit raisonnable dans la Science actuelle.

Les opérations hermitiennes, les critères de Cauchy ont préparé la nouvelle discipline qui, dès lors, ne peut être que dans la bonne voie. Et cependant, on ne se demande pas sans inquiétude ce que peut être l'avenir de telles disciplines pour les esprits moyens. M. Gaston Julia a mis son génie au service de la cause; il a précisé, ajouté de la rigueur. Dans ces conditions, se fera-t-il entendre partout? Voilà qui ne paraît pas l'inquiéter. Et comment se représenter le monde scientifique de demain si seuls quelques génies peuvent véritablement comprendre? La question ne va pas sans quelque angoisse. Elle n'a pas arrêté le brillant auteur. Des jeunes, comme M. R. Marrot, sont prêts à suivre. Quand même, ayons confiance! On sait assez que, quoique n'étant plus jeune, je suis avec les jeunes.

A. BUHL (Toulouse).

Th. DE DONDER. — **Théorie nouvelle de la Mécanique statistique.** Leçons rédigées par M^{lle} G. Schouls (La Chimie mathématique. Centre de Recherche fondé par Th. De Donder. Volume I). — Un volume gr. in-8° de 84 pages. Prix: 60 francs. Gauthier-Villars et C^{ie}. Paris, 1938.

Type d'algorithme universel fondé sur la méthode variationnelle se résolvant elle-même en équations canoniques. On a le choix. Ou aller vers la Gravifique par formules stokiennes transformées de notions spatiales continues et métriques, ce qui est étudier des intégrales invariantes sur des champs variables, ou étudier des systèmes différentiels auxquels sont associées des *intégrales* qui restent constantes en vertu de ces systèmes mêmes. Le second procédé, de par les habitudes prises dans les parties élémentaires de la Mécanique classique, semble d'abord lié à des idées préconçues sur la nature de la matière et des agents physiques; c'est avec de telles idées qu'on a mis les problèmes en équations. Mais ce point de vue a changé; les assemblages de variables sont devenus des *systèmes en phase* dont les propriétés analytiques conditionnent toutes les possibilités phénoménales.

Le monde des équations différentielles est essentiellement un monde à singularités paramétriques. Les propriétés de ces équations peuvent changer du tout au tout, du fait des plus simples changements apportés aux paramètres qui y sont inclus; c'est l'apparition de la quantification et de la Mécanique ondulatoire.

Ceci comprend naturellement les propriétés thermodynamiques et chimiques. Dans les systèmes massiques apparaissent les tenseurs sur lesquels M. Léon Brillouin a récemment réattiré notre attention (voir plus haut, p. 89). Les équations des regrettés frères E. et F. Cosserat, avec les symétries empruntées au trièdre mobile, se retrouvent tout à coup avec une aisance insoupçonnée.

Le « gaz électronique » se révèle comme une synthèse géniale due originairement aux efforts partagés de W. Gibbs, Maxwell, Lorentz. Et la Gravifique peut, à nouveau, s'épanouir bien qu'elle ait été retrouvée par une méthode qui n'est pas celle qui l'a fait naître.

Au dehors de tout cela, il y a les bases invariantives du Calcul des variations. Le nouvel exposé les reprend sur des thèmes physiques simples et élégants.

Il nous paraît superflu, dans de telles conditions, de souhaiter bonne chance à la Collection « Chimie mathématique » que fonde M. De Donder en l'inaugurant par une œuvre si joliment personnelle.

A. BUHL (Toulouse).

Pierre BAUDOUX. — **L'antenne rayonnante** (Institut belge de Recherches radioscientifiques. Président-Fondateur: Th. De Donder. Volume VII). — Un volume gr. in-8° de 236 pages. Prix: 40 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1938.

Belle théorie mathématique faite à partir de l'équation des cordes vibrantes et de l'équation des télégraphistes convenablement généralisées. Travaux H. Poincaré et L. Brillouin. Théorèmes d'existence de M. Godeau mais surtout applications continues empruntées à la *Théorie mathématique de l'Electricité* de M. Th. De Donder. Voir *L'Enseignement mathématique*, **25**, 1926, p. 147.

L'antenne est un milieu complexe dont le voisinage immédiat se ressent énormément de cette complexité. Dans le lointain la théorie du rayonnement se simplifie et coïncide avec celle de propagations classiques; ces dernières donnent des procédés d'approximation.

A signaler l'emploi d'équations du type $\omega'' + \lambda(\zeta)\omega = 0$, équation immédiatement remplaçable par une équation de Riccati; les généralités, si elles ne peuvent être traitées de manière absolument complète, sont du moins esquissées, de façon suffisante, en raisonnant d'abord sur le cas de coefficients constants.

La résonance dans l'antenne a donné lieu à de remarquables considérations due à M. Léon Brillouin. Les formes diverses de l'antenne exigent de certaines classifications à partir de l'antenne filiforme ou fuselée, classifications fort délicates, du moins autant que celle de bassins où un fluide mobile devrait présenter de certaines résonances ou de certains phénomènes d'ondes. Les équations différentielles linéaires et de second ordre, mises intelligemment à contribution, sont encore ici d'un grand secours. L'empirisme numérique complète ce que la théorie a de non maniable.

Quant aux antennes complexes, il est déjà bien joli qu'on puisse leur étendre les équations de l'antenne simple, même si la généralisation des solutions ne suit pas aisément. En attendant de grands progrès analytiques, il faut encore savoir utiliser des faits d'expérience.

Vient ensuite le rayonnement à distance, surtout représentable à grande distance, comme je le disais au début. Néanmoins, les fonctions elliptiques, la constante d'Euler jouent avec intérêt dans la représentation de ce rayonnement.

Outre Th. De Donder, M. Pierre Baudoux cite, comme grands auteurs de référence; Pomey, Heaviside, Hadamard, Milne-Thomson, Jahnke-Emde, Fleming, Terman, Mesny, Hund. Naturellement Maxwell ne cesse point d'être à l'honneur bien que les nécessités de la pratique aient souvent transformé ses écritures théoriques.

A. BUHL (Toulouse).

J. VAN MIEGHEM. — **Contribution à la Théorie du Principe des Ondes enveloppes de Huyghens** (Institut belge de Recherches scientifiques. Président-Fondateur: Th. De Donder. Volume VIII). — Un volume gr. in-8° de 100 pages. Prix: 30 francs. Gauthier-Villars. Paris, 1938.

Ce nouvel exposé s'ajoute à une *Etude sur la Théorie des ondes* qui constituait le premier volume publié par l'Institut radioscientifique belge présidé par M. Th. De Donder. Ce premier volume de M. Van Mieghem a été publié en 1934. Une analyse bibliographique a été insérée, en 1935, dans le *Bulletin des Sciences mathématiques*.

Il s'agit maintenant de mettre les idées modernes sur les ondes qui ont, sans doute, leur plus belle expression dans les travaux de M. J. Hadamard, d'accord avec les idées d'autrefois. Et cet accord peut être établi de façon véritablement merveilleuse. Le transport de l'onde dans l'espace géométrique se fait avec recours au système différentiel des bicaractéristiques, système différentiel qui donne les *rayons* mais, chose extrêmement remarquable, il peut n'y avoir là qu'une sorte de topologie; les considérations métriques n'interviennent obligatoirement qu'avec la *vitesse* de transport de l'onde.

On voit ensuite que l'onde élémentaire de Huyghens a une équation *ponctuelle* corrélative de l'équation *tangentielle* aux dérivées partielles.

Ces considérations duales se retrouvent plus loin sous d'autres espèces. C'est alors le dualisme ondes-corpuscules. Vraiment il y a encore nombre de physiciens, et même de mathématiciens, qui ne semblent pas comprendre ces prodigieuses associations. On peut voir le point comme l'élément géométrique fondamental mais, pour peu qu'on le considère comme intersection de deux lignes, on recourt à un système dual. Pour moi, de telles réciprociétés élémentaires aident à saisir l'association des mouvements ponctuels et des mouvements ondulatoires. Certes la très belle analyse de M. Van Mieghem est beaucoup plus élevée mais elle ne pourrait exister si, au fond, elle n'était le développement et la synthèse d'idées simples. Toute la Physique théorique peut être jugée ainsi et la présente *Contribution* confirme plus que jamais cette manière de voir.

A. BUHL (Toulouse).

Henri VILLAT. — **Mécanique des Fluides**. Cours de l'École nationale supérieure d'Aéronautique. Deuxième édition revue et augmentée. — Un volume gr. in-8° de VIII-196 pages. Prix: 85 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

Quel éloge ne serait pas superflu pour un livre qui, par le temps qui court, atteint la deuxième édition en moins de huit ans. De tous les grands ouvrages de M. Henri Villat, c'est sans doute le plus simple, celui qui s'adresse au public le plus étendu; c'est une initiation. On voit que ce rôle initiateur a été apprécié. *L'Enseignement mathématique* (29, 1930, p. 360) a déjà analysé la forme initiale de l'exposé. Comment caractériser la forme d'aujourd'hui. D'une part, on sent l'influence de progrès récents qui sont du domaine de la pure analyse. D'autre part, il faut rappeler que l'auteur, esprit éminemment élégant, a toujours tenu à présenter son sujet sous des formes esthétiques qui donnaient parfois un regret quant à leur non complet accord avec des vérifications expérimentales moins parfaites. De ce côté, grands progrès. Des expériences, dues notamment à l'École de Toulouse dirigée par M. Charles Camichel, ont apporté, à la Science, une note d'art qui rapproche beaucoup le fluide en mouvement, ou le solide en mouvement dans le fluide, de concepts géométrico-analytiques tels ceux concernant la simple continuité ou le tourbillonnement. Autrement dit, les créateurs mathématiques de la Mécanique des Fluides semblent, à l'origine, n'avoir pas été suffisamment soutenus par la qualité de l'expérimentation; c'est sur ce point que les choses se modifient maintenant de manière fort heureuse.

Ne faisons pas de la présente analyse bibliographique une répétition de celle déjà publiée en 1930. Pour varier la méthode, considérons maintenant les titres des Chapitres:

- I. Equations générales et Notions classiques.
- II. Quelques propriétés des fonctions harmoniques.
- III. La Représentation conforme.
- IV. Le théorème de Kutta-Joukowski. Cas de deux dimensions.
- V. La théorie de Prandtl et les surfaces portantes.
- VI. Files de tourbillons. Couches de tourbillons.
- VII. Théorie des sillages.
- VIII. Fluides visqueux. Indication sur la méthode d'Oseen.

Passons sur les généralités, cependant bien attachantes, des trois premiers. Nous aurons le plaisir de retrouver quelque chose d'aussi joli, en IV, avec le théorème de Kutta-Joukowski qui lie, avec une simplicité inespérée, la vitesse, à l'infini, du fluide avec la pression de celui-ci sur un contour fermé C. Et ce théorème est vraiment quelque chose de grand et de général puisqu'il s'accommode progressivement de difficultés d'abord laissées de côté, par exemple de singularités sur C et de tourbillons semés après coup dans le milieu en mouvement. Mettons, au contraire, C en mouvement, dans un milieu en repos à l'infini, et nous en ferons très naturellement une préface pour la théorie de Prandtl.

Les files de tourbillons, pouvant s'assembler en couches, réveillent tout naturellement le souvenir de la fonction analytique à points singuliers, puis à lignes singulières, et finalement à espaces lacunaires; un solide dans un fluide tend à s'y comporter comme une singularité d'étendue finie.

Les sillages ne cessent pas d'offrir de très élégantes applications de la représentation conforme.

Les fluides visqueux eux-mêmes s'offrent à une analyse brillante qui, à coup sûr, ne donne pas tout ce que l'on souhaiterait avoir mais qui est une porte d'entrée, à cadre intégral, dans un domaine qui autrefois semblait inaccessible de toutes parts. D'ailleurs tout se tient. M. Villat termine en citant de belles études, de M. J. M. Burgers, qui tentent de rattacher les mouvements turbulents aux théories statistiques. Encore quelques efforts et nous aurons sans doute un Calcul différentiel absolu suffisamment synthétique pour englober l'hydro et l'aérodynamique.

Le livre de M. Henri Villat, malgré son caractère élémentaire voulu, ouvre toutes les voies et permet d'accéder à toutes les questions théoriques et techniques relevant de la Mécanique des fluides.

A. BUHL (Toulouse).

J. A. SCHOUTEN und D. J. STRUIK. — **Einführung in die neueren Methoden der Differentialgeometrie.** Deuxième édition. Tome II: *Geometrie*, von D. J. Struik. — Un volume gr. in-8° de XII-338 pages. Prix: broché, Fl. 11,50 ou RM. 16; relié, Fl. 12,50 ou R. M. 17,50. P. Noordhoff N. V., Groningen-Batavia. 1938.

Nous avons déjà signalé ici la Seconde édition du Tome premier de ce prodigieux ouvrage (voir *Ens. math.*, **34**, 1935, p. 123). Le premier volume a toujours été rédigé par M. Schouten seul; le second l'est par M. Struik seul. Le premier auteur est en Hollande, le second aux Etats-Unis. Il n'en résulte aucun défaut d'homogénéité. Et les deux esprits semblent communier magnifiquement pour toujours dédier, à M. Tullio Levi-Civita, ce qui n'est que le développement du Calcul différentiel absolu créé par ce dernier.

Mais quel développement! Au premier abord on se trouve en présence d'une symbolique si abstraite qu'on se demande encore si le livre ne va pas s'adresser qu'à de rares initiés; pour montrer qu'il n'en est rien, il suffit d'observer qu'il en est à sa seconde édition.

Et quant à la symbolique elle-même, elle n'est que la logique sous-jacente à la géométrie de théorèmes tels ceux de Meusnier et d'Euler ou de formules telles celles de Frenet. Seulement de tels auteurs — qui pour avoir été incomplets n'en restent pas moins éminemment glorieux — sont restés dans le domaine tangible; ils n'ont pas profité de toutes les ressources ana-

lytiques et ont géométrisé à une époque où l'on ne savait pas que le réel a des incohérences, des lacunes qui ne se combent logiquement qu'avec de l'irréel. Ceci tient, sans doute, à l'imperfection de nos sens; un enchaînement mathématique, pour être complet, doit souvent n'être pas partout tangible et réel. Les géométries nouvelles sont dans ce cas, même et surtout quand elles sont métriques; un point éveille l'idée d'une mesure nulle mais tout ce qui est de mesure nulle n'est pas point. Par là, la Géométrie différentielle avoisine, de plus en plus, la Théorie des ensembles et tendrait à présenter les mêmes paradoxes si les Logiques nouvelles, surtout avec Brouwer, n'arrivaient à la rescousse.

Eh oui! c'est plus difficile qu'autrefois et il faut plaindre l'homme, parfois le professeur universitaire d'âge mûr qui ne peut assimiler ces formes de la Science. Heureusement, il y aura de jeunes capacités qui marcheront quand même sans s'effrayer de symboliques sous lesquelles il est aisé, çà et là, de retrouver les anciennes images, celles-ci n'apparaissant plus que comme des îlots dans un océan recréé.

Je m'excuse de ce survol philosophique. Reproduire quelques formules eût été d'un choix par trop arbitraire. Citons quelques auteurs: Bianchi, Birkhoff, Blaschke, Bortolotti, Cartan, Cayley, Codazzi, Van Dantzig, Dickson, Dienes, Dini, Douglas, Eisenhart, Fermi, Fubini, Gauss, Goursat, Grassmann, Guichard, Haantjes, Hermite, Hlavatý, Kagan, Klein, Liouville, Painlevé, Pauli, Rachewsky, Ricci, Riemann, Study, Thomas (J. M.), Thomas (T. Y.), Veblen, Van der Waerden, Weitzenböck, Weyl, Woods. Tous ces noms éveillent des idées assez disparates et inégalement évoluées mais qui s'ordonnent naturellement dans l'œuvre de M. Struik. Insistons sur ce qui concerne Charles Hermite qui, en général, ne croyait pas faire de la Géométrie, qui semblait même ne pas l'aimer et qui cependant jetait les bases d'un espace selon Hilbert. Ici nous retrouvons ses formes à variables conjuguées et une sorte d'analyse linéaire de concepts géodésiques.

M. Elie Cartan intervient précisément par les Espaces « de Cartan » qui ont percé à jour, et de la façon la plus heureuse, les constructions relativistes.

Quant au travail nécessité par l'étude de l'ouvrage, il sera très facilité par de nombreuses questions insérées dans le texte, aux endroits où elles sont le plus naturellement à leur place, cependant que leur solution se trouve à la fin du volume.

Il serait difficile d'imaginer une contribution à la Géométrie actuelle qui soit plus savante, plus consciencieuse et toujours plus prometteuse de résultats élevés et prochains.

A. BUHL (Toulouse).

Tullio LEVI-CIVITA e Ugo AMALDI. — **Compendio di Meccanica razionale.**
 Seconda Edizione riveduta. Parte prima: Cinematica, Principi e Statica.
 — Un volume gr. in-8° de XII-424 pages. Prix: L. 60. Nicola Zanichelli.
 Bologne, 1938.

Cette Seconde édition fait suffisamment l'éloge de l'œuvre. C'est bien le type de ce que doit être aujourd'hui un enseignement de Mécanique rationnelle. Il est à peine besoin de dire que les extensions récentes de la Mécanique (par exemple sous les formes statistique, ondulatoire, etc.) ne peuvent faire oublier les formes galiléenne et newtonienne si grandement perfectionnées par Lagrange et auxquelles, nous autres Français, devons

le toujours magnifique *Traité* de Paul Appell. Mais le professeur de Mécanique rationnelle doit connaître les mécaniques nouvelles de manière à en faciliter l'abord à qui aura étudié l'ancien classicisme. C'est ce qui a indéniablement lieu avec les deux auteurs de ce *Compendium*. Même en dehors de l'introduction vectorielle, on sent partout la simplicité tensorielle. Et (p. 61), après le postulat du temps absolu, nous trouvons un accès à la Relativité, à cette théorie qui a rénové Mécanique et Physique tout en contenant toujours, comme cas particuliers, les lois antérieurement acquises. Je ne commente rien; je traduis fidèlement.

La Cinématique des systèmes rigides est rapprochée des principes de la Géométrie élémentaire. Groupe de déplacements dans les deux disciplines. Remarquable analyse vectorielle à la Poisson. Formules d'Euler. Distributions cinématiques, axes instantanés, mouvements hélicoïdaux selon Maggi. Une note, au bas de la page 137, nous remet en mémoire la longue et prodigieuse carrière de Gian Antonio Maggi; nous la connaissions et notre Revue a publié (31, 1932, p. 301) un compte rendu des *Selecta* qui furent offerts, au grand savant, en 1932, mais c'est avec plaisir que nous insistons encore, de notre côté, sur la gloire universelle qui s'attache à un tel nom.

C'est ensuite la Géométrie du mouvement et la notion d'holonomie dans le domaine strictement cinématique.

La question des postulats est poussée, comme nous le disions plus haut, jusqu'aux concepts relativistes, jusqu'à la conservation de ces postulats eux-mêmes dans un champ en translation uniforme.

L'homogénéité, les unités, les dimensions, les similitudes redonnent une vie nouvelle aux mêmes postulats et permettent nombre de vérifications, quant à tout ce que l'on peut écrire en vertu de ceux-ci.

Le frottement et la statique du point frottant sont rattachés à l'expérience fondamentale de Coulomb. La Géométrie des masses, la Statique du solide, des systèmes articulés et des fils sont exposés avec un minimum de calculs qui étonne. Les principes ont été si bien choisis que tout coule de source. L'analyse lagrangienne du Principe des travaux virtuels demande ordinairement davantage à l'appareil analytique et cependant les auteurs sont, là encore, d'une simplicité qui, pour être vectorielle, n'en est pas moins digne d'admiration.

Il en est encore de même avec l'équilibre relatif, celui-ci contenant la déviation de la verticale et les variations de g .

La Science d'aujourd'hui semble souvent compliquée par rapport à celle d'autrefois mais, quand celle d'autrefois est exposée comme dans l'ouvrage de MM. Levi-Civita et Amaldi, on se prend à penser que de tels auteurs sauront toujours tout exposer de manière captivante. Il y a là comme une promesse qui, à ma connaissance, n'a jamais causé la moindre déception.

A. BUHL (Toulouse).

Francesco TRICOMI. — **Funzioni analitiche** (Consiglio nazionale delle ricerche. Monografie di Matematica). — Un volume gr. in-8° de VIII-110 pages. Prix: L. 35. Nicola Zanichelli. Bologne, 1936.

J'ai parcouru avec plaisir ce petit volume qui aborde les fonctions analytiques non pas pour en diriger l'étude vers les régions les plus hautes, encore actuellement en formation, mais pour en reprendre les fondements

dans un style qui me semble surtout être celui de Cauchy. C'est surtout du Cauchy parce que le monogène et l'analytique ne sont point distingués; j'ai moi-même commencé par cette non-distinction dans le tome II de mes *Nouveaux éléments d'Analyse* (voir *Ens. math.*, ce volume, p. 97).

Je sympathise également avec l'auteur parce qu'il s'efforce d'être physique autant que géométrique. Beaucoup d'aisance avec la représentation conforme, les mouvements fluides, les flux. Et surtout beaucoup d'admiration pour ses croquis, à deux dimensions, de schèmes qui en ont trois; ces schèmes représentent des parties réelles ou imaginaires de fonctions analytiques ou encore des modules de telles fonctions. A chaque pôle correspond un pic indéfiniment élevé et pointu; le dessinateur est un paysagiste d'un nouveau genre. C'est très joli et cela permet de rêver à une sorte d'Olympe analytique.

Les points de vue de Riemann, Dirichlet, Weierstrass, Poisson ne sont pas oubliés. Beaucoup d'élégance, beaucoup de belles constructions à partir de fonctions élémentaires.

A. BUHL (Toulouse).

FRANCESCO TRICOMI. — **Funzioni ellittiche** (Consiglio nazionale delle ricerche. Monografie di Matematica). — Un volume gr. in-8° de XII-274 pages. Prix: L. 45. Nicola Zanichelli. Bologne, 1937.

Ce volume prolonge très heureusement le précédent. Il est d'un art équivalent, l'auteur étant décidément un artiste. Les pôles olympiens, de tout à l'heure, s'imposent particulièrement en matière elliptique et, avec des graphiques empruntés très simplement à la fonction de Weierstrass, il a brodé des modèles pour rideaux, tentures et tapis qui, aux Gobelins et dans les manufactures les plus fameuses, ne pourraient être dédaignés.

L'ouvrage débute par un historique bref mais fort intéressant. J'y remarque notamment la date du 23 décembre 1751 comme étant celle de la naissance des fonctions elliptiques, d'après Jacobi; c'est le jour où l'Académie de Berlin examina, avec Euler, un mémoire de Fagnano. Ce n'est guère que 60 ans après cette naissance qu'on vit la théorie nouvelle avec son véritable visage qui était celui de la double-périodicité reconnue par Abel et Jacobi.

Quant à sa forme définitive et aussi simple que possible, on sait qu'elle est due à Weierstrass et qu'elle est conforme au théorème de Mittag-Leffler. Mais ceci ne signifie nullement que les notations de Jacobi, si magistralement maniées par Hermite, doivent être abandonnées; elles interviennent d'ailleurs dans des questions très récentes concernant la Physique théorique et le pendule simple, sans aller plus loin, s'est toujours accomodé assez mal des notations de Weierstrass et très bien de celles de Jacobi. L'un des mérites de M. Tricomi est de mettre continuellement en relations les deux sortes de notations. Pour passer de l'une des sortes à l'autre, il manie élégamment cubiques et quartiques. Plus loin il nous montre la beauté, à la fois jacobienne et hermitienne, des fonctions thêta; les problèmes de « transformations » conduisent à la fonction modulaire et à ces transformations qui, telles celle de Landen, s'expriment plutôt à l'aide des intégrales elliptiques. Ceci sans nous céler en rien le rapport de ces questions avec celles qui concernent la série hypergéométrique de Gauss.

Applications, tables numériques et tableaux de formules complètent ce volume qui est vraiment à ranger parmi les plus jolies publications de l'Ecole mathématique italienne.

A. BUHL (Toulouse).

Charles N. MOORE. — **Summable Series and Convergence Factors** (American mathematical Society. Colloquium Publications. Volume XXII). — Un volume gr. in-8° de vi-108 pages. Prix: \$ 2,00. American math. Society, New York City, 1938.

Encore un beau sujet qui devient de plus en plus physique et philosophique. Il s'agit de séries divergentes auxquelles il faut donner un sens. Or que de raisonnements humains divergent, c'est-à-dire sont de plus en plus dépourvus de conclusion lorsqu'on tente de les poursuivre indéfiniment. La sommation de la série

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots,$$

par pure addition de ses termes, conduit à hésiter indéfiniment entre *zéro* et *un*. On hésite, de même, entre *l'œuf* et *l'oiseau* si l'on se demande quel fut le premier générateur. Il faut savoir faire de l'histoire autrement que dans des segments de temps toujours placés, bout à bout, de la même manière, pour que des révélations inattendues surgissent. Voilà pour l'avenir de la question. Pour le moment et pour rester sur le terrain purement mathématique disons qu'il s'agit d'abord de l'étude des limites d'expressions ayant respectivement les formes

$$\frac{s_0 + s_1 + \dots + s_{n-1}}{n}, \quad \frac{c_0 s_n + c_1 s_{n-1} + \dots + c_n s_0}{c_0 + c_1 + \dots + c_n}.$$

Dans la seconde, à laquelle s'attache plus particulièrement le nom de Nörlund, on remarquera $c_i s_{n-i}$ où G. Mittag-Leffler et M. Em. Borel ont posé $c_i s_i$. C'est tout autre chose qu'un changement de notation et rien que cela pourrait justifier la publication du nouvel exposé. Remarque analogue pour la première expression qui n'a pas toujours le sens que lui donna Cesàro; les s_i peuvent dépendre de groupements de termes formant « période », de telles considérations remontant à Daniel Bernoulli et Leibnitz.

Il s'agit aussi d'étudier

$$u_0 \varphi_0(\alpha) + u_1 \varphi_1(\alpha) + \dots + u_n \varphi_n(\alpha)$$

à partir des séries en u_i et en $f_i(\alpha)$ et sans avoir recours obligatoirement à des limites de quotients. Si les f_i sont développés en série, l'expression précédente est une série double si bien que le procédé, appliqué à une série double, donne des sortes d'itération pour de telles séries. On sait tout ce que l'on doit aux intégrales multiples, c'est-à-dire à l'itération de l'intégration. M. Charles N. Moore semble construire de nouvelles théories sur l'itération des séries. M. Hadamard, vers 1903, s'était déjà engagé dans de telles voies. L'œuvre est profondément originale et est loin de se borner à rappeler ce que l'on doit savoir, en général, sur la sommabilité. Elle nous met plutôt sous les yeux tout ce que l'on ne sait guère, tout ce qui a été oublié ou très imparfaitement développé dans l'ordre d'idées en question. Elle s'inspire d'Abel, Adams, Agnew, Bôcher, Bochner, Bohr, Borel, Bouligand, Bromwich, Carmichael, Dienes, Durfee, Euler, Fejér, Fekete, Ford, Frobenius, Garabedian, Hahn, Hamilton, Hardy, Hausdorff, Hill, Hille, Hölder, Hurwitz, Julia, Knopp, Kogbetliantz, Landau, Le Roy, P. Lévy, Obrechhoff, Poisson, Pringsheim, Riesz, Schmidt, Schnee, Schur, Silvermann, Smail, Szegö, Tamarkin, Toeplitz, Van Vleck, Wiener, Zygmund. Toutes les résurrections qu'elle contient sont d'un effet saisissant.

A. BUHL (Toulouse).

Jean THIBAUD, Louis CARTAN, Paul COMPARAT. — **Quelques Techniques actuelles en Physique nucléaire.** — Un volume gr. in-8° de vi-276 pages, 154 pages et 12 planches hors texte. Prix: 100 francs. Gauthier-Villars, Paris, 1938.

L'œuvre de M. Jean Thibaud, du jeune et brillant Professeur de la Faculté des Sciences de Lyon, s'étend avec une grande rapidité. Dans notre précédent volume (p. 274), nous avons signalé sa « Vie et Transmutation des Atomes » qui s'adressait, à la fois, aux physiciens et au grand public. Voici un nouveau volume, écrit avec l'aide de deux collaborateurs de valeur également très grande, qui s'adresse surtout aux hommes de laboratoire. On constate souvent, hélas, que des professionnels des Mathématiques ne peuvent plus se tenir au courant de formes actuelles qu'ils devraient cependant dominer. En parcourant l'œuvre de MM. Thibaud, Cartan et Comparat, je me demande, de même, si elle ne va pas marquer la carence de nombre d'universitaires enseignant la Physique. Il faut cependant espérer qu'il n'en sera rien puisque le nouveau livre est justement fait pour propager la technique nouvelle exigée par l'étude des noyaux atomiques.

Quant à moi, je suis trop incompetent pour me livrer à une véritable analyse. Disons simplement que l'exposé est divisé en quatre parties :

- I. Méthode de la Trochoïde: Electrons positifs.
- II. Spectrographie de masse: Isotopes.
- III. Compteurs de particules à amplification linéaire.
- IV. Compteurs de Geiger et Müller.

Et j'ajouterai simplement que chacune de ces parties me paraît reposer sur un principe merveilleux. En I, on recherche des *spectres de vitesses*, ce pourquoi « on fait appel aux actions classiques des champs électriques ou magnétiques sur les corpuscules en mouvement ».

En II, nous voyons que « quand les particules chargées sont déviées dans un champ électrique ou magnétique, la perturbation qu'elles subissent dans leur mouvement est d'autant plus forte que leur charge est plus grande et leur masse plus faible. Un faisceau de particules hétérogènes est ainsi, au sortir des champs, étalé sur un *spectre de masses*, tout comme les diverses longueurs d'onde d'une lumière complexe sont séparées par le prisme d'un spectrographe optique ».

Je n'insisterai pas sur ces autres prodiges que sont les compteurs de corpuscules, ni sur les procédés d'ionisation qui consistent à arracher des électrons à la couche périphérique de l'atome. Ni sur les séparations photoniques, ni sur la capture ou l'élimination des radiations cosmiques, ni sur une foule d'autres choses qui donnent des travaux de laboratoire dont on n'avait aucune idée il y a quelques années. Encore une fois l'ouvrage est fait pour aider les techniciens séduits par le nouvel et merveilleux domaine. Nous escomptons toujours que les séductions seront nombreuses et que beaucoup de jeunes tiendront à honneur de marcher sur les traces de Jean Thibaud, Louis Cartan et Paul Comparat. Sans parler d'autres créateurs modèles que le livre mentionne en des listes bibliographiques fort riches.

A. BUHL (Toulouse).

Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & C^{ie}, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité. D'ailleurs les numéros manquants ont trait, le plus souvent, à des fascicules dont les sujets ne sont ni mathématiques ni physiques.

502. — Maurice CURIE et Maurice PROST. *Nécessaire mathématique*. P.C.B.; S.P.C.N.; ... (116 pages, 1937. Prix: 20 francs). — Rappelons, pour les étrangers, que P.C.B. désigne un Certificat d'Etudes physiques, chimiques, biologiques et que le S.P.C.N. est le Certificat supérieur d'Etudes physiques, chimiques et naturelles. Le fascicule donne l'impression d'un traité de Mathématiques générales habilement réduit, ce sur quoi nous ne pouvons guère insister. Mais une très réelle originalité s'accuse vers la fin, avec les équations différentielles. Transformation exponentielle des corps radioactifs; réactions chimiques mono et bimoléculaire; extra-courant de fermeture; mouvement d'un cadre parcouru par un courant. Notes sur les erreurs et les approximations, le choix des unités, l'homogénéité des formules, le Calcul des Probabilités. Très sincère approbation.

542. 543. — J. YVON. *Recherches sur la Théorie cinétique des Liquides* (Théories mécaniques, Hydrodynamique, Acoustique; Direction Y. Rocard. 66 et 76 pages, 1937. Prix de chaque fascicule: 18 francs). — Le premier de ces fascicules intitulé « Fluctuations en densité » commence l'étude de la diffusion, sans changement de longueur d'onde de la lumière, par un fluide monoatomique. C'est du Gibbs, mais du Gibbs modernisé qui commence à la manière statistique pour se poursuivre en images ondulatoires. Il est fort naturel d'admettre que le problème de la diffusion est étroitement lié à celui de la structure liquide mais c'est justement cette question de structure qui doit être reprise en accord avec la notion d'équilibre thermodynamique. Statique et statistique doivent ici se compénétrer. Reprise de la théorie des cristaux liquides. Domaines critiques caractérisés par essaims moléculaires instables. Ondes d'agitation thermique et compléments aux vues d'Einstein sur le sujet.

L'allure mathématique de ce sujet est séduisante. Ce ne sont d'abord qu'intégrales multiples et symétries analogues à celles qui ont fait leurs preuves dans la Théorie de l'Elasticité. Les points de départ sont donc bien choisis. La Théorie cinétique des liquides tend à prendre ici une place particulièrement harmonieuse entre la Théorie cinétique des gaz et la Thermomécanique des solides. Les vues théoriques générales ne sont pas les seules. Des exemples, où interviennent des composés chimiques bien définis, tendent vers des formes probantes.

Le second fascicule est intitulé « Propagation et Diffusion de la Lumière ». Lorsqu'une onde lumineuse parcourt un gaz ou un liquide, toutes les molécules se polarisent et rayonnent en même temps; une myriade d'ondes diffusées se superpose à l'onde incidente. Ce doit toujours être une belle question de Calcul intégral que d'extraire de là des résultats macroscopiques. L'auteur se guide en cherchant à retrouver la Théorie de la réfraction et en

faisant d'abord une Théorie cinétique de la constante diélectrique dans le cas d'un liquide monoatomique non polaire.

Plus loin, distinction entre radiation Raman (fréquence nettement distincte de celle de la radiation incidente) et radiations Rayleigh (fréquence au voisinage de celle de la radiation incidente). Le spectre Raman se rattache aux fréquences intramoléculaires; le spectre Rayleigh aux divers aspects de l'agitation thermique. Les recherches exposées semblent surtout porter sur ce dernier. Les raisonnements sont classiques, non quantiques, ce qui est assez naturel quand on a surtout en vue des résultats macroscopiques. Quand on sera mieux renseigné sur certains groupements moléculaires et qu'on saura mieux en tenir compte dans les intégrations, des influences de structures fines apparaîtront probablement et entraîneront de certaines quantifications. Mais il est probable aussi que les résultats de M. Yvon n'en subsisteront pas moins à titre de première et ingénieuse approximation. Nous devons d'ailleurs nous attendre à ce que M. Yvon, lui-même, continue ses beaux travaux en y mêlant, de plus en plus, des considérations microstructurales.

544. — Y. ROCARD. *Les Phénomènes d'auto-oscillation dans les Installations hydrauliques* (Théories mécaniques, Hydrodynamique, Acoustique; Direction Y. Rocard. 70 pages, 1937. Prix: 18 francs). — Ce sujet me semble fort connu. J'en ai beaucoup entendu parler à Toulouse en fréquentant mon ami Charles Camichel et sa pléiade de disciples. Il a un caractère technique et industriel puisque, comme l'auteur le dit lui-même, les présentes recherches ont été entreprises à l'occasion de la catastrophe survenue, il y a quelques années, au lac Noir. Mais il faut reconnaître aussi que M. Rocard y joint des vues fort originales en en faisant, au fond, un sujet d'acoustique. De plus, il s'agit d'auto-oscillations accompagnant tout phénomène de propagation et non de transferts plus ou moins accidentels de force vive. Le précurseur surtout invoqué est Allievi, intégrateur prestigieux d'équations réputées peu maniables.

Signalons le rôle d'un organe susceptible de vibrer en modulant un débit, les phénomènes offerts par les tuyaux d'orgue et la résonance possible avec une fréquence imposée. Plus loin, le cas où des équations linéaires, considérées d'abord, devraient subir d'inquiétantes variations de coefficients mais où l'on peut assez convenablement se tirer d'affaire dans certains cas numériques. Vient ensuite une tentative d'extension concernant tout un réseau hydraulique. Tout ceci est à méditer, autant par le mathématicien pur que par le technicien.

551. — André WEIL. *Sur les Espaces à Structure uniforme et sur la Topologie générale* (Publications de l'Institut mathématique de l'Université de Strasbourg. 40 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Discussion qui, si je comprends bien, tend à mieux tracer la frontière entre propriétés purement topologiques et propriétés métriques. Il est certain que certaines extensions de la notion de distance prêtent à la confusion mais M. André Weil veut réformer les choses avec un esprit combattif assez inattendu. « La conscience d'un mathématicien, dit-il, s'il en possède, ... ». N'y aurait-il point là, aussi, une hypothèse surabondante ?

Plus loin *Les Espaces abstraits*, de M. Fréchet, donnent l'idée d'un ensemble « complètement désordonné » de notions et d'axiomes. Il y a bien

du vrai dans cette assertion mais ceci tient aux développements soudains et souvent extraordinaires des notions d'espace et d'ensemble: ce n'est pas la faute de M. Fréchet.

Allons, il y a de belles choses dans ce fascicule, notamment ce qui concerne les groupes topologiques et les espaces compacts, mais on y sent, un peu trop, la fougue d'un jeune homme qui vient à peine de franchir la trentaine. A qui s'intéresse au sujet, je conseille l'étude de l'œuvre mais une étude *filtrée*; ceci d'autant plus qu'il y est aussi question de la notion de *filtre* employée par M. Henri Cartan. Ici, le procédé de filtration devra séparer, des résultats mathématiques, certaines appréciations de nature presque exclusivement humoristique.

643. 701. — Elie CARTAN. *Leçons sur la Théorie des Spineurs*. I. *Spineurs de l'espace à trois dimensions*. II. *Spineurs de l'espace à n dimensions; Spineurs en Géométrie riemannienne*. D'après des Notes recueillies et rédigées par André Mercier (Exposés de Géométrie. Direction E. Cartan. 98 et 96 pages; 1938. Prix de chaque fascicule: 25 francs). — On peut évidemment croire que les spineurs ont été introduits, en Mécanique quantique, par les physiciens. Leur nom vient vraisemblablement de *to spin*, filer, faire tourner. En réalité, les géomètres se sont dirigés vers eux dès que l'on s'est aperçu que des rotations, des déplacements sphériques pouvaient se représenter par des substitutions linéaires. Ils étaient dissimulés dans les matrices; M. Elie Cartan les isola, dès 1913, dans un Mémoire publié au *Bulletin de la Société mathématique*. A l'époque, ce n'était qu'une abstraction; l'illustre auteur était dans la classification des groupes projectifs. Et voici que le désir d'approfondir la structure corpusculaire de la matière nous fait disséquer celle-ci sur le même mode que ces groupes! De plus — c'est toujours la même et admirable chose — ces instruments analytiques ne forment des ensembles cohérents qu'avec des secours imaginaires. Les spineurs naissent sur les sphères de rayon nul; ce sont des nombres complexes qui, à un certain point de vue, font, des rotations, les déplacements primordiaux. Ceci réexplique pourquoi, par exemple, la Théorie du trièdre, selon Ribaucour et Darboux, a pu jouer un rôle fondamental quant à l'élaboration de certaines théories physiques mais, quand on n'en était que là, le pourquoi de la réussite obtenue n'apparaissait pas dans toute son intimité.

Il s'agit donc, plus que jamais, d'une reconstruction géométrico-physique générale à partir du Nombre. Il a fallu, pour cela, reprendre les matrices et leurs décompositions, retrouver la Théorie de Dirac pour pouvoir remonter vers elle en la dépassant et nous faire pressentir tout ce qu'elle pourrait devenir et donner dans le domaine de la Relativité générale. L'espace de Riemann lui-même, malgré les merveilles einsteiniennes qu'il contient, ressemble beaucoup trop à l'espace vulgaire pour s'accomoder immédiatement des notions nouvelles; c'est pourquoi on a vu des incompatibilités entre Einstein et Dirac. Ici tout rapprochement géométrique tangible tend à être trop grossier. On a dû reprendre la structure des formes quadratiques fondamentales et chercher à les accorder avec des représentations de groupes linéaires, représentations ultra-subtiles par rapport aux conceptions physiques ordinaires. Mais c'est l'occasion de remarquer, une fois de plus, que les structures logiquement possibles du monde physique ne se trouvent guère dans ses manifestations sensibles.

Ces deux nouveaux fascicules, rédigés avec le secours éclairé de M. André

Mercier, valent bien, par leur réunion, un volume analogue à ceux publiés précédemment par M. Elie Cartan, par exemple celui signalé dans notre dernier numéro, page 87. Quelle prodigieuse et géniale activité !

A. BUHL (Toulouse).

Ernest ESCLANGON. — **Astronomie.** — Un volume gr. in-8° de 72 pages et 32 planches. Prix: 15 francs. Hermann et C^{ie}. Paris, 1937.

Il y a là un véritable Traité d'astronomie vulgarisée que nous rapportons à la direction manifeste de M. Ernest Esclangon mais qui est, en réalité, une œuvre due à la collaboration d'astronomes de grande valeur. Qu'on en juge par cette liste :

- Avant-propos*, par E. ESCLANGON (Directeur Obs. de Paris).
 I. *Constitution de l'Univers*, par J. BAILLAUD (Astron. Obs. Paris).
 II. *Les Etoiles*, par E. PALOQUE (Directeur, Obs. Toulouse).
 III. *Le Soleil*, par L. D'AZAMBUJA (Astr., Obs. de Paris).
 IV. *Les Planètes*, par A. DANJON (Directeur, Obs. Strasbourg).
 V. *La Lune*, par G. ROUGIER (Astr., Obs. Strasbourg).
 VI. *Comètes et Météores*, par F. BALDET (Astr., Obs. Paris).
 VII. *Lunettes et Télescopes*, par A. COUDER (Astr., Obs. Paris).

Si je suis bien renseigné, ce Recueil a été rédigé en vue de l'Exposition universelle réalisée à Paris en 1937. Il paraphrase d'admirables planches consacrées aux merveilles célestes tantôt photographiées directement dans le ciel, tantôt réunies en tableaux schématiques expliquant l'évolution de ces merveilles.

Les auteurs ne se sont pas mis d'accord pour dire tous la même chose. C'est là une attitude hautement scientifique qui permettra à chacun de juger du caractère subjectif des théories. Ainsi M. Esclangon paraît faire de grandes réserves quant à la notion d'un « univers en expansion ». Au contraire, M. Baillaud voit là une hypothèse particulièrement séduisante. Mais à côté de ces divergences théoriques, il n'en subsiste pas moins que l'astronomie d'observation est science particulièrement objective. Que de magnifiques leçons on peut donner rien qu'en décrivant.

M. Emile Paloque rapproche les recherches stellaires des recherches concernant la structure de la matière. Il situe à 100.000 années de lumière les étoiles de 21^{me} grandeur. Il rappelle les théories physiques qui sont venues au secours des méthodes parallaxiques mais laissent encore en suspens nombre de problèmes énergétiques qui pourraient bien être résolus par les astronomes, avant de modifier, de façon presque inimaginable, les conditions de la vie humaine.

Le Soleil, dit après cela M. d'Azambuja, est bien peu de chose dans l'armée des étoiles. Mais c'est *notre* étoile. Voilà qui suffit à expliquer tant et tant d'observations !

Et les planètes sont à comparer les unes aux autres.

Les théories lunaires ont subi, dans ces dernières années, un fort curieux changement. Pour l'orographie de notre satellite plus de théories volcaniques mais une théorie balistique. Les nombreuses irrégularités de la surface de la Lune seraient dues à des bombardements par météorites.

Les comètes sont encore des astres à théories corpusculaires.

Quant aux instruments, dit M. Couder, ils peuvent se transformer du tout au tout. Nous en connaissons, peut-être, qui ne ressembleront pas plus aux lunettes actuelles que les émetteurs hertziens ne ressemblent à des perfectionnements du télégraphe de Chappe. Une telle suggestion nous permet de conclure à l'esprit de modernisme qui anime l'œuvre tout comme au puissant intérêt qui, d'un bout à l'autre, ne faiblit pas un instant. C'est bien la belle exposition élémentaire due à des savants.

A. BUHL (Toulouse).

Marcel BOLL. — **Les deux Infinis.** Galaxies, Etoiles, Planètes, Micelles, Réseaux, Noyaux, Neutrons, Photons. — Un volume in-8° de 248 pages, 126 gravures, 42 tableaux. Prix: 25 francs. Larousse, Paris, 1938.

Nouvel et excellent ouvrage de vulgarisation au sujet duquel on pourrait faire de bien curieuses réflexions. Comme je le disais plus haut, en analysant M. Gaston Julia, il s'agit d'une science devant laquelle on voit hésiter certains intellectuels qui pourtant auraient le devoir de comprendre. Et voici cette même science mise à la portée des gens du monde, des curieux, des esprits simplement avides d'infinis. Rendons grâce à tous ces derniers; leur curiosité sympathique soutient le véritable savant souvent beaucoup plus que les rares approbations rencontrées chez des confrères.

Le titre du livre est bien choisi. Il évoque Pascal. Mais alors que Pascal agrandissait ou rapetissait ses univers à la manière euclidienne, M. Marcel Boll nous fait précisément sentir l'impossibilité de telles transformations spatiales et temporelles quand on veut les répéter indéfiniment. Il y a des champs limites où il faut faire « toutes réserves » sur les notions de mesure et d'espace !

Les deux infinis, le grand et le petit, ne se ressemblent pas. Le modèle planétaire de l'atome ne paraît pas devoir continuer à jouer un bien grand rôle. Et ce qui est petit l'est-il bien réellement à tous les points de vue ? Il n'y a pas de corpuscules immobiles; ils se déplacent généralement à grande vitesse. Un photon possède la célérité de la lumière. La matière ne s'évanouit pas sans tenter l'escalade d'immenses espaces.

Remercions M. Boll de nous promener élégamment d'un infini à l'autre, de nous faire réfléchir sur les phénomènes vitaux, voire sur la structure de l'intelligence et de la pensée. Je le trouve un peu sévère au sujet de certains phénomènes à placer provisoirement en marge de la Science: radiesthésie, métapsychisme, etc.; Charcot, Richet ont-ils été joués si aisément ? Je n'ai aucune considération spéciale pour les sourciers ou les médiums et je crois qu'ils abusent souvent de la crédulité d'observateurs trop bien disposés mais je ne vais pas jusqu'à dire qu'il n'y ait là rien à insérer dans le véritable savoir de demain. Toutefois, cette remarque est peu de chose. Elle ne peut rien enlever à de passionnants sujets relevant des idées relativistes et d'une mécanique ondulatoire presque impossible à imager. Soyons reconnaissants à qui nous fait vivre ainsi la plus merveilleuse aventure où l'esprit humain ait jamais été entraîné.

A. BUHL (Toulouse).

G. SINGIER. — **Les correspondances algébriques (1, 1), (2, 1), (2, 2).** Applications aux Courbes et aux Surfaces du deuxième et du troisième degré. — Un volume in-8° de vi-172 pages avec figures. Prix: 36 francs. Vuibert, Paris, 1938.

Cet ouvrage, destiné aux Elèves de Mathématiques spéciales ainsi qu'aux Candidats à la Licence et à l'Agrégation, présente, avec beaucoup d'élégance géométrique, des généralités élémentaires sans qu'on puisse perdre de vue ces généralités mêmes.

Une équation algébrique $f(u, v) = 0$ donnant m valeurs pour u et n pour v définit une correspondance (m, n) . La correspondance $(1, 1)$ est l'homographie. Dès lors, c'est une jolie tentative que de reprendre les propriétés homographiques des coniques et des quadriques pour aller, au delà, jusque vers les cubiques planes et gauches ainsi que vers les surfaces réglées du troisième degré.

Dans de tels domaines, on trouve d'immenses enchaînements de théorèmes. Signalons ceux concernant les quadrilatères inscrits dans une conique et circonscrits à une autre et les réciprociétés entre coniques harmoniquement inscrites et circonscrites.

Les imaginaires jouent élégamment dans les faisceaux et réseaux de coniques mais sans formules; les points cycliques et les considérations isotropes suffisent.

Pour les cubiques nous retrouvons, sans fonctions elliptiques, les considérations paramétriques qui en dépendent souvent dans l'enseignement des Facultés. Et l'on passe aisément de la cubique plane à la cubique gauche.

On termine avec le cylindroïde et la surface de Cayley si riches en propriétés à exprimer avec des droites ou avec des coniques.

Beaucoup de théorèmes sont manifestement dus à l'auteur. C'est pourquoi on peut venir à ce livre avec la certitude d'y trouver des exercices ingénieux et nouveaux et même un modèle de valeur quant à l'art de géométriser avec originalité.

A. BUHL (Toulouse).

Paul BAUDOIN. — **Les Ouales de Descartes et le Limaçon de Pascal.** — Un volume in-8° de iv-144 pages et 165 figures. Prix: 20 francs. Vuibert, Paris, 1938.

Excellent petit Traité de Géométrie analytique tout à fait conforme à l'esprit cartésien. On y voit naître la Géométrie analytique avec la solution d'un problème d'optique concernant la construction de la lentille *stigmatique*. On peut employer tout de suite les coordonnées bivectorielles et les propriétés simples de celles-ci montrent tout ce que pouvait espérer Descartes, même au delà des coordonnées qui furent qualifiées ensuite de *cartésiennes*. La classification des ouales conduit à un tableau assez complexe mais qui semble cependant être aussi simple que possible.

Viennent ensuite deux chapitres qui pourraient figurer dans un exposé quelconque de Géométrie analytique et que la question des tangentes aux ouales conduit à compléter par des considérations cinématiques. Les constructions des mêmes ouales donnent lieu à de nombreuses et élégantes figures. Les tracés continus sont tous ingénieux mais pas toujours pratiques de manière complète; l'instrument idéal est, sans doute, encore à construire.

Les propriétés focales des ovales sont suffisamment riches pour qu'on puisse esquisser, à propos de ces courbes, beaucoup de généralités concernant les foyers.

Quant au limaçon de Pascal c'est l'ovale dont deux des trois foyers sont confondus; il entraîne des réflexions générales sur les épi- ou hypocycloïdes.

Et il y a un théorème de Quételet qui détermine des ovales par intersections de cônes de révolution à axes parallèles.

L'œuvre de M. Paul Baudoin, rattachée par lui aux Mathématiques élémentaires, réunit heureusement bien des conceptions appartenant à des domaines géométriques très divers.

A. BUHL (Toulouse).

G. A. MILLER. — **The Collected Works.** Vol. II. — Un vol. in-4° de 537 pages; relié, \$7,50; University of Illinois, Urbana, Ill., 1938.

Le Tome II des Mémoires scientifiques de M. G. A. Miller, publié sous les auspices de l'Université de l'Illinois, nous parvient au moment où, à l'occasion de son cinquantenaire, l'*American Mathematical Society* jette un coup d'œil sur l'apport des États-Unis aux progrès des Sciences mathématiques. La Théorie des groupes y prend une place très importante avec les travaux de MM. G. A. Miller, L. E. Dickson et leurs nombreux disciples.

Ce volume contient plus de cent mémoires publiés dans des périodiques mathématiques de 1900 à 1907. Ce sont, pour la plupart, des recherches sur la théorie des groupes. Quelques-uns des articles concernent plus particulièrement l'histoire des mathématiques. En matière d'introduction à ce volume, M. Miller a rédigé un aperçu historique sur le développement de la théorie des groupes pendant la première décennie de ce siècle. H. F.

EUCLIDE. — **L'Optique et la Catoptrique**, œuvres traduites pour la première fois du grec en français avec une introduction et des notes par P. VER EECKE. — Un vol. gr. in-8° de XLVIII pages et 178 figures; 75 fr.; Desclée de Brouwer, éditeur, Paris et Bruges, 1938.

L'Antiquité grecque a inauguré la science de l'Optique lorsque, ses conceptions relatives à la nature de la lumière et aux illusions visuelles s'étant dégagées des spéculations métaphysiques de Platon et d'Aristote, elle a édifié une théorie des phénomènes de la vision sur des considérations purement géométriques, logiquement déduites d'un certain nombre de données de l'expérience. Cette théorie forme la matière des traités d'Optique et de Catoptrique attribués à Euclide, lesquels constituent les deux plus anciens petits monuments de la Physique mathématique. La première traduction française publiée par M. Paul Ver Eecke, grâce à l'appui de la Fondation universitaire de Belgique, a pour but de mettre ces théories à la portée de ceux qui ne peuvent pas les lire dans le texte original.

C'est le septième volume que M. P. Ver Eecke consacre aux œuvres des mathématiciens de l'Antiquité grecque, traduites pour la première fois en français, avec introductions analytiques et notes nombreuses destinées à éclairer les passages obscurs et difficiles.

Th. SKOLEM. — **Diophantische Gleichungen** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, herausgegeben von der Schriftleitung des « Zentralblatt für Mathematik », fünfter Band). — Un vol. in-8° de 130 p.; RM. 15.—; Julius Springer, Berlin, 1938.

Cette mise au point a pour but de fournir un aperçu d'ensemble de

l'état actuel de l'Analyse indéterminée. L'auteur part des équations linéaires puis il examine successivement les cas plus difficiles pour autant que les méthodes générales le permettent. Son exposé est divisé en six chapitres :

Equations linéaires. — Equations qui sont linéaires par rapport à quelques inconnues. — Equations du second degré. — Equations formées de facteurs de plusieurs inconnues. — Points rationnels situés sur une courbe algébrique. — Points à coordonnées entières appartenant à une courbe algébrique.

L'ouvrage se termine par une bibliographie classée par ordre alphabétique de noms d'auteurs.

K. HAYASHI. — **Fünfstellige Tafeln** der Kreis- u. Hyperbelfunktionen, sowie der Funktionen e^x und e^{-x} mit den natürlichen Zahlen als Argument. Neudruck. — Un vol. in-8° de 182 pages; RM. 9; Walter de Gruyter & Cie, Berlin.

Ces tables contiennent les valeurs des fonctions circulaires $\cos x$, $\sin x$, $\operatorname{tang} x$, des fonctions hyperboliques $\operatorname{ch} x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{th} x$ avec cinq décimales, ainsi que des fonctions exponentielles e^x et e^{-x} avec six et sept décimales. La valeur de x étant donnée en radians pour les fonctions circulaires, on peut lire sur la même ligne la valeur des fonctions énumérées ci-dessus, pour une même valeur de x , ainsi que la valeur de l'angle exprimée en degré avec une approximation d'un centième de seconde.

Les valeurs de l'argument vont en croissant de 0,0001 de 0 à 0,1; de 0,001 de 0,1 à 3; de 0,01 de 3 à 6,3 et de 0,1 de 6,3 à 10.

H. W. HOLTAPPEL. — **Tafels van e^x** . — Un vol. in-8° de xxxi-132 pages, relié toile; fl. 6.—; P. Noordhoff, Groningue, 1938.

Cette nouvelle table donne les valeurs que prend la fonction exponentielle e^x pour des valeurs entières, positives ou négatives, avec dix décimales, ainsi que pour des valeurs inférieures à un, positives ou négatives.

La plus grande partie de la table est occupée par les valeurs numériques de la fonction, x variant de 0,001 à 10 par intervalles de 0,001.

Eugen JAHNKE u. Fritz EMDE. — **Funktionentafeln mit Formeln u. Kurven** (Tables of Functions with Formulæ and Curves). Dritte neubearbeitete Auflage. — Un vol. in-8° de xii et 305 pages avec 181 figures; relié: RM. 15. — avec 25 % de réduction pour l'étranger; B. G. Teubner, Leipzig, 1938.

Très appréciées de tous ceux qui ont à effectuer des calculs numériques relatifs aux fonctions transcendentes, les tables de Jahnke-Emde viennent de paraître en troisième édition. Les tableaux concernant certaines transcendentes ont été complétés; par contre, on a renoncé aux fonctions élémentaires pour en faire un recueil spécial en préparation.

Rappelons que les tables numériques sont accompagnées de nombreuses formules avec leur représentation graphique et que le texte allemand est suivi de sa traduction anglaise.

Voici un abrégé de la table des matières:

Integral-Sinus, -Kosinus und -Logarithmus. — Die Fakultät. — Fehler-

integral und verwandte Funktionen. — Thetafunktionen. — Elliptische Integrale. — Elliptische Funktionen. — Die Kugelfunktionen. — Zylinderfunktionen: Definitionen; Asymptotische Darstellungen; Nullstellen; Elementare Funktionalgleichungen; Differentialformeln; Integralformeln; Differentialgleichungen; Integraldarstellungen; Die Funktion $\Omega_p(z)$ von H. F. Weber und Lommel; Die Struve'sche Funktion $S_p(x)$. — Die Riemann'sche Zetafunktion. — Konfluente hypergeometrische Funktionen. — Mathieu'sche Funktionen. — Einige oft gebrauchte Konstanten. — Hilfsmittel für den Rechner.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Livres nouveaux :

Tous les ouvrages adressés à la Rédaction sont signalés ici avec une brève indication de leur contenu, sans préjudice de l'analyse dont ils peuvent être ultérieurement l'objet sous la rubrique « Bibliographie ».

American Mathematical Society, Semicentennial Publications in two volumes, vol. I: History of the American Mathematical Society, by R.-C. ARCHIBALD. Un vol. in-8° de 262 pages avec 30 portraits. — Vol. II: Addresses. Un vol. de 315 pages. New-York, 1938.

Ces deux volumes sont signalés (p. 212-213 de ce fascicule) à l'occasion du compte rendu de la célébration du Cinquantenaire de la fondation de la Société mathématique américaine.

W. BENZ. — **Leitfaden der Stereometrie** (Mathematisches Unterrichtswerk für höhere Mittelschulen hrsg. vom Verein Schweiz. Mathematik-lehrer). — Un vol. in-8° de 219 pages avec 122 figures; relié: 3 fr. 80; Orell Füssli, Zürich, 1938.

Ce précis de Géométrie de l'espace fait suite à la Planimétrie de MM. Gonseth et Marti publiée dans la même collection. Le groupement et la présentation des matières diffèrent sensiblement de l'ordre habituel. A ce titre, ces deux manuels méritent d'être signalés à l'attention de tous ceux qui s'intéressent à l'enseignement de la géométrie élémentaire.

I. Die gegenseitige Lage der Raumelemente. — II. Die Elemente der Zweitafelprojektion. — III. Die einfachen Rotationsflächen. — IV. Die körperliche Ecken. — V. Das Prisma und der Zylinder. — VI. Die Pyramide und der Kegel. — VII. Die Oberfläche und das Volumen der Kugel und ihre Teile.

A. DINGHAS. — **Ueber das Phragmén-Lindelöf'sche Prinzip und einige andere verwandte Sätze.** — Un fasc. in-8° de 28 p., RM. 1,—; Verlag der Akademie der Wissenschaften, Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1938.

P. B. FISCHER. — **Arithmetik** (Sammlung Göschen, Bd. 47). — Un vol. in-16 de 152 p. avec 19 fig.; RM. 1,62; Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1938.

Dans ce nouveau volume de la collection Göschen l'auteur examine les extensions successives de la notion de nombre, depuis le nombre entier