Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

Autor(en): **Buhl, A.**

Objekttyp: **BookReview**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.07.2024**

Le sujet semble finalement prendre une très grande importance, celle-ci allant jusqu'à indiquer les régions du Calcul des variations dans lesquelles il n'y a pas lieu de se poser certains problèmes, non pas que ceux-ci soient dépourvus de sens mais parce qu'ils sont pourvus seulement de quelque solution évidente au delà de laquelle il est inutile de rien chercher. Peut-être des notions de convexité sur certains espaces, généraux en apparence, permettront-elles d'en limiter très impérieusement la capacité phénoménale, cette opinion me semblant s'imposer tout particulièrement quand je vois dans l'arène des jouteurs tels Minkowski et Weyl. Et cela me rappelle aussi Joseph Bertrand démontrant que la loi de Newton est la seule qui soit compatible avec une trajectoire *fermée.*

En France, outre Bouligand déjà nommé, nous avons son disciple G. Durand puis Gambier, Lebesgue, Favard et, tout naturellement, Vincensini pour poursuivre des considérations dont la première apparence est spéciale et qui cependant conditionnent de vastes domaines d'Analyse et de Géométrie.

A. BUHL (Toulouse).

Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8°, avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

Ces fascicules sont simplement analysés dans l'ordre où nous les recevons. Les lacunes, évidentes d'après le numérotage, n'entraînent pas de véritables discontinuités d'exposition, les sujets étant généralement indépendants et débattus suivant les exigences de l'actualité. D'ailleurs nombre de fascicules échappant au numérotage se rapportent à des sujets qui ne sont ni mathématiques ni physiques.

552. — Georges HOSTELET. *Les fondements expérimentaux de l'analyse mathématique des faits statistiques* (Le Progrès de l'Esprit. Direction L. Brunschvicg. 72 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Beaucoup de digression philosophique et peu de formulation mathématique, l'auteur attachant cependant de l'importance à la symétrie du type *binomial.* Tendance, un peu complaisante, à voir une foule de modalités échapper à l'analyse mathématique; cette résignation porte à dédaigner, un peu trop facilement, ce que l'on ne saurait trop étudier. Volterra, Borel, Pearson sont quelque peu contredits comme trop rationnalistes. Cependant, de l'avis de l'auteur, Pearson a écrit une admirable *Grammaire de la Science.* Sa *loi de causalité,* fiction *conceptuelle,* n'a besoin que d'une mise au point. En somme, pas de véritable opposition entre l'analyse mathématique et l'analyse expérimentale; il faut étudier les rapports de ces deux analyses. Les incertitudes de Heisenberg sont plutôt matérielles que conceptuelles. Soit. Indéniablement, grande richesse d'idées chez M. Georges Hostelet.

565. — Moshem HACHTROUDI. *Les Espaces d'éléments à connexion projective normale* (86 pages, 1937. Prix: 20 francs). — Cette exposition paraphrase et tente de généraliser des travaux bien connus de M. Elie Cartan, travaux quant auxquels six grandes publications sont citées ici contre une concernant Edouard Goursat et une dernière concernant les *Differential systems* de J. M. Thomas. Car, au fond, il s'agit ici d'équations différentielles, plus exactement d'équations, de lignes géodésiques, dont les intégrales seront des variétés (du type droite, plan, ... bref, du type *normal*) devenant éléments constitutifs d'espaces. Ces derniers peuvent d'ailleurs dégénérer en espaces ponctuels. Pour que certains espaces soient maniables, géométrisables, il faut que certains systèmes soient intégrables. M. Moshem Hachtroudi a conservé les notations pfaffiennes de M. Cartan et grandement utilisé la notion de repère mobile. Ces considérations s'appliquent finalement, non sans intérêt, à la Géométrie différentielle des surfaces ordinaires.

570. — Georges VALIRON. *Sur les valeurs exceptionnelles des Fonctions méromorphes et de leurs dérivées* (Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 56 pages, 1937. Prix: 18 francs). — Problèmes grandioses brièvement traités. Les fonctions entières ont un comportement sur lequel on ne peut freiner à loisir; ou alors, brusquement, elles se réduisent à des constantes, ce qui, le plus souvent, est loin d'être évident. D'où des possibilités de tentatives de calculs sur des fonctions qui ont cessé d'être des fonctions. Ceci explique l'immense importance des théorèmes de M. Emile Picard et de tous les théorèmes analogues.

Les fonctions méromorphes sont moins cassantes. En les inféodant, elles et leurs dérivées, à de certaines conditions arithmétiques, on ne fait, en général, que les obliger à se disposer en familles, celles-ci étant les *familles normales* de M. Paul Montel. Bornons-nous à citer, de plus, les noms de Borel, Bloch, Schottky, Bureau, Miranda, Nevanlinna, Ahlfors. Le sujet, déjà très en progrès, paraît destiné à un avenir immense. On entrevoit une sorte de structure, de quantification pour l'analyticité. La continuité, la dérivation analytiques seraient conditionnées, de plus en plus, comme la continuité et la dérivation physiques.

571. — Florin VASILESCO. *La notion de Capacité* (Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 52 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Je ne croyais pas si bien dire, en terminant l'entrefilet précédent. Voici, étendue aux ensembles de points, la notion de capacité électrostatique. Décidément, il n'y a plus de Mathématiques abstraites avec applications possibles à la Physique. La véritable science est celle de l'étendue et de la mesure; que ces notions puissent être mathématiquement épurées, c'est absolument entendu mais il n'y a que des inconvénients à tenter de masquer leur origine phénoménale. Et, comme le dit M. Vasilesco, la conception de capacité devient fondamentale en Analyse. Il s'agit surtout du Problème de Dirichlet et de ses généralisations. Pour celles-ci l'élan a été donné par MM. Lebesgue, Bouligand, Wiener. Les idées de M. Montel interviennent tout naturellement puisque l'on arrive à une fonction harmonique unique en la considérant comme limite d'une suite convenablement construite.

Le sujet est d'une simplicité presque déconcertante et rappelle que si l'on cherche une ligne passant pas deux points et telle que $y'' = 0$, ce qui est le Problème de Dirichlet à une variable, on trouve une droite. Les potentiels généralisés de M. Frostman et de M. De La Vallée Poussin sont d'une expression curieuse par l'association du langage physique et du langage ensembliste.

Bibliographie portant, avec précision, sur les travaux les plus heureusement originaux.

578. — C. DE LA VALLÉE POUSSIN. *Les Nouvelles Méthodes de la Théorie du Potentiel et le Problème généralisé de Dirichlet* (Publications de l'Institut mathématique de l'Université de Strasbourg. 48 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Cette exposition s'adjoint tout naturellement à celle de M. Vasilesco. Elle est peut-être d'une science légèrement antérieure et relève de la Méthode de balayage, imaginée par Henri Poincaré, mais avec les compléments de Lebesgue, Wiener, Kellog, Evans, Vasilesco.

Toutes les ressources possibles sont tirées des notions intégrales, celles-ci allant, tout au moins, jusqu'à la conception des intégrales de Stieltjes multiples. On sait combien il est déjà délicat de définir une intégrale de Stieltjes simple ! Et cependant, ce qui paraît surtout ressortir des conceptions de M. De La Vallée Poussin, c'est que la structure intime d'une intégrale peut dépendre non seulement de l'idée que l'on se fait de la structure du champ d'intégration, mais aussi de la nature des conditions aux limites. Certes tous les intégralistes ont vu cela, sous des aspects plus ou moins équivalents, mais le célèbre Professeur de l'Université de Louvain donne, de cette correspondance, une analyse particulièrement originale.

585. — Georges Hostelet. *Le concours de l'Analyse mathématique à l'analyse expérimentale des faits statistiques* (Le Progrès de l'Esprit. Direction M. Brunschwicg. 70 pages, 1938. Prix: 15 francs). — Les critiques que je laissais perçer, plus haut, en analysant le fascicule 552, ne viennent pas que de moi. Elles sont venues aussi des plus éminents probabilistes, à commencer par MM. Borel et Fréchet. M. Georges Hostelet répond et ceci semble être le but principal du présent fascicule. La controverse est parfois agréable mais je ne crois pas que l'esprit de l'auteur puisse finalement prévaloir. « Je considère, dit-il, l'Analyse mathématique comme *l'auxiliaire* (c'est M. Hostelet qui souligne) de l'analyse expérimentale des faits mesurables »; ce rôle auxiliaire des Mathématiques méconnaît leur pouvoir créateur. Plus loin (p. 14) le mathématicien ignore tout ce qui n'est pas dans ses symboles. Analyses des positions de M. Reichenbach et de M. Louis de Broglie envers les notions de causalité et de déterminisme. Regret de voir M. Louis de Broglie conserver l'usage traditionnel du terme de probabilité ! Si l'on ne veut plus de cet usage traditionnel, le Calcul de Probabilités, même en sa forme laplacienne, va sans doute disparaître ou, tout au moins, s'éloigner de la « vraie » science ! Il est à peine besoin de dire que nous ne croyons pas que cela puisse arriver. Toutefois le fascicule de M. Hostelet n'est pas sans valeur; il montrera les précautions à prendre, dans l'enseignement ou dans l'exposition du Calcul des Probabilités, pour échapper à certaines diatribes.

589, 590, 591. — Albert Lautman. *Essai sur l'Unité des Sciences mathématiques dans leur développement actuel. Schémas de Structure. Schémas de Genèse* (Le Progrès de l'Esprit. Direction L. Brunschvicg. 60, 82 et 80 pages. 1938. Prix: 15, 20 et 20 francs). — Jolies expositions philosophico-mathématiques d'un Elève de notre Ecole Normale supérieure, Agrégé de Philosophie, Docteur ès Lettres ! C'est moderne. L'influence de la Physique théorique, sa portée directrice en Mathématiques, sont reconnues dès les premières lignes, avec Hermann Weyl. L'association des propriétés projectives aux propriétés métriques est justement rapportée aux grandioses conceptions de M. Elie Cartan. L'Algèbre et l'Analyse des grandeurs et des expressions symboliques non commutatives sont à leur place, c'est-à-dire en toute première ligne, avec les conditions quantiques, les systèmes algébriques ou différentiels qui peuvent toujours s'écrire mais qui n'ont de sens ou de solution que dans des domaines déterminés par des associations de constantes. Les formes de Pfaff sont, sans doute, les fondements les plus solides pour l'Analyse de demain. « Depuis qu'Einstein a introduit la discontinuité dans l'étude de la lumière et L. de Broglie la continuité des ondes dans l'étude de la matière, il est impossible de maintenir l'ancienne idée de domaines de faits physiques distincts. La Physique du continu représente un mode de traitement par équations différentielles des faits physiques, la Physique du discontinu représente un mode de traitement des mêmes faits par d'autres méthodes: groupes, matrices, statistiques quantiques. »

Le fascicule 590 est dédié à la mémoire de Jacques Herbrand. Profonde et touchante pensée ! Objectivité des Mathématiques selon M. Brunschvicg. Génie de Maxwell, Planck, Einstein, voyant, dans des constances, les liaisons unissant lumière, électricité, matière. Déroute des tentatives qui voudraient construire les Mathématiques à partir d'un petit nombre de principes initiaux. Ces Mathématiques se présentent comme des synthèses successives où chaque étape est irréductible à l'étape antérieure (p. 11). Parfait ! L'esprit subtil d'ordre n appellera toujours le même esprit à l'ordre $n+1$. Et malgré la totale irréductibilité de l'ordre $n+1$ à l'ordre n, on peut avoir la très grande satisfaction d'apercevoir l'ordre n, comme cas particulier, dans l'ordre $n+1$. Ainsi la « montée vers l'absolu » peut être cohérente.

En 591, M. Lautman est d'une magnifique audace; il annonce une « métaphysique de la logique » sans craindre d'assembler deux mots fort exclusifs l'un de l'autre dans la philosophie classique. Il s'élève contre la possibilité d'une opération irréalisable. Il est métamathématique avec Hilbert puis avec le regretté, jeune et génial Herbrand déjà invoqué. Il passe de la structure à la représentation des groupes comme on passe de l'abstrait au concret, tout au moins au partiellement concret. Et ceci le mène aux « mixtes » des Théories mathématiques. Et quelque abstrait que semble l'espace de Hilbert, il y voit un « outil » pour la Physique des quanta. Les familles normales de fonctions analytiques sont nées parce qu'elles pouvaient assurer des « existences ». D'une manière générale, l'existence possède un caractère exceptionnel d'où l'immense importance des théorèmes dits d'existence.

Les théories mathématiques se développent par leur force propre, sans référence aucune aux Idées que leur mouvement rapproche. Dans cet ordre d'idées, appels terminaux à la mémoire de Pierre Boutroux. Idées-nombres avec Robin, Stenzel, Becker. La Science redevient platonicienne. La nature du réel, sa structure et les conditions de sa genèse ne sont connaissables qu'en remontant aux Idées dont cette Science incarne les liaisons.

598, 599. — Michel Huber. *Introduction à l'étude des Statistiques démographiques et sanitaires. Méthode d'élaboration des Statistiques démographiques* (Institut de Statistique de l'Université de Paris. 68 et 110 pages. 1938. Prix: 15 et 20 francs). — Nous serons brefs pour ces deux fascicules où les Mathématiques interviennent fort peu. Ils concernent surtout l'histoire de la Statistique, histoire aboutissant à l'état et aux méthodes actuelles comprenant une Mécanique statistique qui n'est pas du tout celle des électrons mais qui a fait construire de fort intéressantes machines à classer, à combiner, à faire surgir des corrélations inattendues. Certes Gauss, Laplace et la loi des grands nombres interviennent de manière fondamentale; il y a aussi de fort intéressantes correspondances stochastiques, par exemple, en matière matrimoniale, entre les âges des conjoints. L'âge de l'un ne détermine pas l'âge de l'autre et cependant on ne peut voir là deux variables complètement indépendantes, les hommes jeunes, par exemple, épousant généralement des femmes jeunes.

Le fascicule 599 a trait aux recensements, à l'état civil, aux migrations. C'est de la technique administrative variant assez curieusement d'un pays à l'autre.

L'auteur annonce une suite de six fascicules dont nous ne mentionnons ici que les deux premiers. Au premier abord, le sujet paraît aride, mais on conçoit néanmoins que des spécialistes puissent grandement s'y intéresser.

606 à **610.** — Jean Cavaillès. *Préhistoire ; la création de Cantor. Dedekind ; les axiomatisations selon Zermelo, Fraenkel, von Neumann. Le Problème du Fondement des Mathématiques. Axiomatique et Système formel. La Non-contradiction de l'Arithmétique.* (Le Progrès de l'Esprit. Direction L. Brunschvicg. 108, 52, 84, 60, 68 pages. 1938. Prix: 25, 12, 20, 18, 18 francs). — Autre production dont l'auteur est exactement titré comme M. Albert Lautman. Ces jeunes philosophes qui se sont astreints à étudier les Mathématiques pour en pouvoir disserter sur le plan philosophique ne sauraient, à mon avis, mériter trop d'égards. Leur existence me paraît être une conséquence très directe de celle de Cantor, Dedekind et consorts.

Les deux premiers fascicules de M. Cavaillès (606 et 607) forment une seule œuvre avec même pagination. L'auteur y montre la Théorie des Ensembles naissant obligatoirement pour tenter d'ordonner les conceptions de l'irrationnel, des séries trigonométriques, de la croissance des fonctions analytiques et plus particulièrement des fonctions entières, pour finalement condenser des paradoxes en d'autres peut-être mieux ordonnés mais tout aussi lancinants. C'est le satanisme naturel, auquel le monde mathématique n'échappe pas, bien qu'il y ait eu, à cet égard, de grandes illusions très optimistes. On ne saurait créer du parfait, des bases immuables, des cohérences subtiles à l'abri d'une critique plus subtile encore. Et précisément je ne crois ici qu'à un seul triomphe possible: celui de l'esprit philosophique qui habituerait enfin les hommes à ne plus croire aux systèmes définitivement triomphants.

Cantor a été cruellement persécuté; il a failli en perdre la raison. Dedekind heureusement fut un ami fidèle. Ils ont trouvé le transfini en analysant l'infini et tenté d'explorer le « groupe » des pensées humaines, lequel comprend la notion d'imperfection. Impossible d'éliminer cette dernière; c'est toucher à l'existence même du groupe. Les axiomatisations ne peuvent être qu'un remède assez artificiel mais c'est un remède qui a rendu cependant de grands services et qui en rendra encore. Sur de tels points la documention de M. Cavaillès est aussi précieuse qu'abondante.

Les trois derniers fascicules (608, 609, 610) sont encore l'équivalent d'un volume à pagination unique. Les fondements des Mathématiques sont entachés d'une incertitude qui leur vient surtout des antinomies ensemblistes. Ces antinomies n'ont pas l'air méchant; elles ressemblent même souvent à des jeux de salon. Par exemple, un certain nombre n'est définissable qu'avec le concours d'une série indéfinie; donc qu'avec *une infinité* *de signes*; puis on s'aperçoit que, rien qu'en parlant de lui, on le désigne par quelques *mots*. Les mots, les lettres qui les composent sont bien aussi des *signes*. Alors ? C'est la banale histoire de l'éléphant impossible à définir et qui cependant se reconnaît du premier coup d'œil. Il y a surtout, dans ces questions, abus du verbalisme logique. Définir, nommer, désigner ont d'infinies nuances avec lesquelles on ne construit pas la base immuable rêvée par certains. Borel, Baire, Lebesgue dissèquent l'expérience, le continu, le nommable. Brouwer reprend intuitivement des thèmes kantiens. Temps actif et temps senti s'opposent. Les calculs géométriques naissent tantôt dans un but métrique, tantôt dans un but projectif. Hilbert ne craint pas de l'inspirer de Pascal et de Desargues. Et les prodigieuses harmonies de tels résultats compensent les contradictions logiques initiales.

Savoir choisir des axiomes vaut mieux que revenir sans cesse sur des constructions à prétentions logiques. Kronecker, avec son nombre entier « seul créé par le bon Dieu », admet une base commode.

Seulement (p. 89) le raisonnement consiste en enchaînements opératoires guidés par l'intuition même de ces opérations. Il y a une philosophie du signe, un formalisme aimé par de nombreux esprits, des *idéaux* épurant les propriétés tangibles et, plus ou moins rapidement, l'arrivée dans la zone métamathématique. On peut parvenir à tout cela rien qu'en réfléchissant sur le continu.

Quant à la non-contradiction de l'Arithmétique, c'est bien là qu'il faut la chercher s'il est possible de la chercher quelque part. Hilbert revient alors au premier plan, bientôt prolongé par Herbrand et par Gentzen. Mais ces auteurs apparaissent comme gênés par l'infini, même arithmétique. Nous n'avons vraiment que du fini à notre disposition et, surtout dans la science des Nombres, que du discontinu. Pour nous lancer dans le continu et vers l'infini nous sommes inféodés à des *quantifications* et des opérateurs spéciaux, des *quantificateurs* apparaissent.

Il me semble que c'est surtout cela qu'il faut retenir des exposés si attachants de MM. Lautman et Cavaillès. On s'attache plus que jamais à l'idée pythagoricienne: le Monde est Nombre. Mais, dans ce Domaine-Nombre, il y a des nombres privilégiés, des dénombrements sans lesquels le non-dénombrable nous serait à jamais fermé. Et il y a encore une infinité de manières de concevoir cette quantification universelle. Par suite, de la discuter.

Mais c'est un grand progrès philosophique que d'avoir montré que de telles difficultés existaient jusque dans la structure de la Logique. Cela nous console d'en rencontrer tant d'autres dans des domaines moraux, affectifs, sociaux, ..., domaines où les définitions sont encore beaucoup plus malaisées.

614. — Paul Dienes. *Logic of Algebra* (Logique et Méthodologie. Direction Thomas Greenwood. 78 pages, 1938. Prix: 18 francs). — C'est toujours le même sujet et M. Paul Dienes promet d'ailleurs un second fascicule. La rédaction anglaise me paraît ajouter ici à l'intérêt; nous risquons un peu moins d'être victimes des mêmes mots. Les idées fondamentales sont celles de Borel et Brouwer. Nos expériences, recueillies dans l'humaine pratique, sont l'ultime source de connaissance. Toutefois l'auteur croit perfectionner Brouwer et ramener la différence entre le connu et l'inconnu à celle de problèmes définis ou non définis. Pas de criticisme systématique; on accepte simplement l'occasion. L'objectivité des entiers est en difficulté avec leur succession indéfinie. Les inégalités entre entiers sont un des modes de leur conception. Viennent les relations entre collections. Les identités et les absurdités n'apprennent rien à cet égard. Les inférences sont des syllogismes. Leur étude combine la grammaire et l'arithmétique. L'expérience directe, ou l'intuition de la continuité, n'offre pas de véritable secours pour la conception d'un nombre réel individuel (p. 71).

Aucune base mathématique n'a été l'objet d'une *révélation* et cependant, sur des fondements toujours en discussion, s'élève une construction magnifique. On finira sans doute par mettre les constructions abstraites, les schèmes opératoriels à l'origine de toutes choses.

A. Buhl (Toulouse).

Pierre Dive. — **Les Interprétations physiques de la Théorie d'Einstein.** Préface de M. Ernest Esclangon. — Un fascicule gr. in-8° de 80 pages. Prix: 23 francs. Dunod, Paris, 1939.

Je viens, dans les pages précédentes, d'analyser des merveilles relativistes (ou associées à la Relativité) dues à MM. Louis de Broglie, Th. De Donder, J. Géhéniau, T. Levi-Civita. Il me semble qu'on peut y adjoindre les exposés philosophiques de MM. Lautman et Cavaillès. Dans le numéro précédent, c'était M. Elie Cartan et M. Léon Brillouin avec son admirable ouvrage sur *Les Tenseurs en Mécanique et en Elasticité*. Je regrette de ne pouvoir ajouter, purement et simplement, que mon Collègue, M. Pierre Dive, vient d'adjoindre quelques belles pages, de même style, aux productions précédentes. Non, ce sont ici d'autres soucis qui percent. L'auteur, sans étendre ses critiques au delà des ds^2 de Lorentz-Minkowski et d'Einstein-Schwarzschild, voudrait, du moins, débarrasser ceux-ci de ce qu'il appelle obscurités ou incohérences. Mais qui ne sait que maintenant toute science se résout ainsi, justement lorsqu'on veut lui donner une base d'où toute apparence de contradiction est exclue. La Théorie des ensembles n'a-t-elle pas ses antinomies ?

Pour le ds^2 restreint, invariant par la transformation de Lorentz, il ne faut jamais perdre de vue que cette transformation revient à une simple rotation de deux axes rectangulaires. Faut-il s'étonner si cela ne donne pas toutes les modalités de l'optique. Moi, je m'étonne de ce que cela en donne tant ! Pour le ds^2 gravitationnel, il ne faut pas avoir, à ce qu'il me semble, trop d'exigences dynamiques; la planète unique alors considérée n'a point de masse et j'hésite à y voir un point d'application pour la moindre force. C'est un corps d'épreuve qui ne peut que subir la géométrie géodésique du champ. Dans celui-ci, mètres et horloges sont de simples détecteurs d'états géodésiques. Qu'on s'y prenne comme on voudra, on aura toujours, en de tels domaines, des possibilités de contradictions. Elles ne sont pas plus gênantes que la fantasmagorie du point matériel classique qui possède une masse sans posséder d'étendue. Et même, pour moi, elles le seraient *un peu* moins. C'est dans cet *un peu* que je vois le progrès.

M. Dive voudrait introduire aussi le temps *vécu*. A mon humble avis, dangereux guêpier. Ce temps existe, certes, mais c'est la variable biologique beaucoup plus compliquée que le t, même einsteinien. Les variables scientifiques ne deviennent-elles pas plus maniables justement parce que notre esprit peut leur retirer une partie de leur complexité ?

Naturellement, je ne puis, ici, en quelques lignes, reprendre toute l'argu-