

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR QUELQUES APPELS A L'INTUITION GÉOMÉTRIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ANALYSE
Kapitel: IV. — Explication géométrique DE LA MÉTHODE D'INTÉGRATION PAR PARTIES.
Autor: de Losada y Puga, Cristóbal
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-28587>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 16.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

de la surface, avec une ordonnée $ES = z'''$. Comparons z''' avec z' et avec z'' :

$$EJ = ES - BQ = \frac{\partial z}{\partial y} dy = d_y z . \quad (4)$$

Les équations (3) et (4) montrent que CC' et EJ sont deux valeurs consécutives de $\frac{\partial z}{\partial y} dy$, correspondantes à des valeurs de x qui diffèrent entre elles de dx ; donc leur différence sera:

$$EJ - CC' = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right) dy dx = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} dy dx . \quad (5)$$

De même,

$$EH = ES - CR = \frac{\partial z}{\partial x} dx = d_x z . \quad (6)$$

Les équations (2) et (6) font voir que BB' et EH sont deux valeurs consécutives de $\frac{\partial z}{\partial x} dx$ correspondantes à des valeurs de y qui diffèrent de dy ; ainsi leur différence sera

$$EH - BB' = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right) dx dy = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} dx dy . \quad (7)$$

Donc, l'ordre des différentiations successives sera indifférent si

$$EJ - CC' = EH - BB' ,$$

égalité qui devient une identité évidente si nous y remplaçons EJ par son égal $EE' - BB'$, et EH par son égal $EE' - CC'$.

IV. — EXPLICATION GÉOMÉTRIQUE DE LA MÉTHODE D'INTÉGRATION PAR PARTIES.

Il s'agit de la formule classique

$$\int_M^N u dv = (uv)_M^N - \int_M^N v du . \quad (1)$$

Considérons une fonction de deux variables

$$f(u, v) = 0 \quad (2)$$

qui peut être représentée graphiquement par une courbe telle que AB (fig. 4). Soient deux points, $M(u_0, v_0)$ et $N(u_1, v_1)$, sur cette courbe. Nous voulons calculer l'aire comprise entre la portion MN de la courbe, les ordonnées MP et NQ correspondantes aux points extrêmes et la portion PQ de l'axe des abscisses.

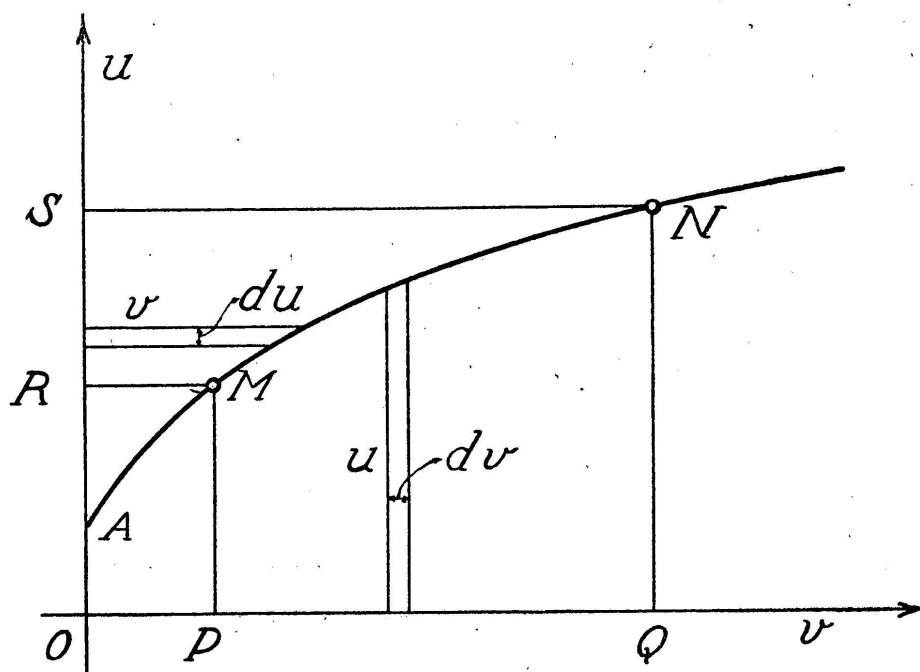


Fig 4

dantes aux points extrêmes et la portion PQ de l'axe des abscisses. Pour cela, il faut résoudre l'équation (2) par rapport à u , exprimant sa valeur en fonction de v , et trouver la valeur de l'intégrale

$$\int u dv$$

entre les limites M et N. Mais il y a des cas dans lesquels il n'est pas facile de réaliser cette intégration, et en revanche il serait facile d'intégrer l'expression

$$\int v du,$$

où il faudra exprimer v en fonction de u , en tirant sa valeur de l'équation (2). Dans ces cas, il ne sera pas facile de calculer l'aire MNPQ, qui est

$$\text{aire MNPQ} = \int_M^N u dv$$

(intégrale que nous supposons difficile) mais il sera aisé de trouver l'aire MNRS, parce que

$$\text{aire MNRS} = \int_M^N v du$$

(intégrale que nous supposons facile).

D'autre part, les aires des rectangles SNOQ et RMOP se déterminent facilement: elles sont égales respectivement à $u_0 v_0$ et à $u_1 v_1$.

Or, connaissant les aires SNOQ, RMOP et MNRS, nous pouvons en déduire l'aire MNPQ, car

$$\text{aire MNPQ} = \text{aire SNOQ} - \text{aire RMOP} - \text{aire MNRS}$$

c'est-à-dire

$$\int_M^N u dv = u_1 v_1 - u_0 v_0 - \int_M^N v du ,$$

qui est précisément la formule (1).

V. — SIGNIFICATION GÉOMÉTRIQUE DE LA CONSTANTE D'EULER.

La constante d'Euler,

$$C = \left[1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n} - \log \text{ nép } n \right]_{n \rightarrow \infty}$$

qui établit une relation simple entre $\sum_{m=1}^{m=n} \frac{1}{m}$ et $\log \text{ nép } n$ quand $n \rightarrow \infty$, a sa raison d'être dans cette circonstance que le terme général de la série est $1/m$ tandis que la dérivée de $\log \text{ nép } x$ est $1/x$. Construisons, comme le montre la figure 5, une succession de rectangles de base égale à l'unité, et de hauteurs égales à $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$. Ces rectangles seront compris entre les ordonnées successives tirées par les points d'abscisses égales à 1, 2, 3,