

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 37 (1938)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Buchbesprechung: Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8° avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & Cie, Paris.

Autor: Buhl, A.

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

Actualités scientifiques. — Fascicules gr. in-8° avec figures et planches, se vendant séparément à prix divers. Hermann & C^{ie}, Paris.

450. — J. KARAMATA. *Sur les théorèmes inverses des procédés de sommabilité* (Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 48 pages, 1937. Prix: 12 francs). — Curieux fascicule qui s'adjoint à l'ouvrage de M. G. Doetsch analysé ci-dessus. En général les procédés de sommabilité apparaissent comme beaucoup plus compliqués que les procédés de sommation quoiqu'il y ait une première exception pour les séries trigonométriques traitées par le procédé de Cesáro-Fejér. Toutefois juger de la convergence d'une série au travers de ses caractères de sommabilité était un problème d'inversion qui logiquement devait être examiné. Et, comme la sommabilité borélienne peut être appuyée sur l'intégrale de Laplace-Abel, c'est l'inversion de celle-ci qui est étudiée sous de nouveaux aspects. C'est, toujours comme il est indiqué plus haut à propos de l'ouvrage Doetsch, les méthodes taubériennes qui sont examinées à la suite des méthodes abéliennes.

La bibliographie du sujet est extrêmement étendue. M. Karamata lui-même n'a pas publié moins de vingt Mémoires ou Notes sur ce sujet. Celui-ci est vraiment un chapitre très original à adjoindre à tous ceux qui concernent les équations intégrales.

465. — W. GONTCHAROFF. *Détermination des Fonctions entières par interpolation* (Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 50 pages, 1937. Prix: 12 francs). — Il semble que ce sujet remonte, au moins, jusqu'à G. Mittag-Leffler qui créa, non sans élégance, des fonctions entières *approchant* des fonctions analytiques quelconques. En tout cas, des disciples du Maître, notamment E. Phragmén et E. Lindelöf, sont ici en première ligne. Le principe élémentaire de l'interpolation polynomiale est conservé. Seulement, il s'agit ici de *suites* de polynômes devant converger vers des fonctions entières. Je m'étonne un peu de ne pas trouver, sur ce point, d'appel plus explicite à la notion de *famille normale* de M. Paul Montel. Le sujet fait encore appel à cette fameuse transformation de Laplace, sans doute à cause de sa maniabilité toute particulière dans les domaines intégraux. Il y a des *points d'interpolation* sur lesquels, à certains égards, on semble raisonner comme sur des zéros de fonctions entières; ces points semblent propres à former des configurations géométriques remarquables. Et il s'agit bien, au fond, de la construction de fonctions entières non plus seulement par *zéros* donnés mais par *valeurs quelconques* données. Riche bibliographie.

472. — Georges BOURION. *L'ultraconvergence dans les Séries de Taylor* (Théorie des Fonctions. Direction Paul Montel. 48 pages, 1937. Prix: 12 francs). — Encore un sujet fort curieux qui se rattache à la sommabilité. Dans un développement taylorien, on prend des polynômes-sections mais, au lieu de les assembler suivant certains schèmes constructifs dépendant d'une fonction sommatrice, on les étudie plus directement. Et il y a alors de certaines suites de ces polynômes-sections qui convergent uniformément autour de points-frontières du cercle de convergence. Après tout, ce n'est pas si extraordinaire. D'une suite de polynômes, on peut extraire des suites partielles à propriétés-limites différentes; il me semble que c'est encore là une idée de *normalité* à la Paul Montel. L'art est, sans doute, dans la distribution lacunaire à adopter. Et comme il y a des séries de Taylor qui sont

naturellement lacunaires, ces dernières s'offriront plus particulièrement à des combinaisons d'ultraconvergence. Mais, de toutes façons, l'intérêt est grand, la question semblant demander une pénétration toute spéciale; elle rappelle certains prolongements *quasi-analytiques* au travers de lignes singulières. D'ailleurs, en plusieurs endroits du fascicule, le contact avec le quasi-analytique est nettement signalé. En somme très belle addition à la théorie des séries de polynômes. Et, comme pour les fascicules précédents, bibliographie riche et suggestive.

473. — P. LACROUTE. *Raies d'absorption dans les Spectres stellaires* (Physique atomique et Spectroscopie. Direction Eugène Bloch. 92 pages, 1937. Prix: 20 francs). — Travail d'un jeune et brillant astronome de l'Observatoire de Toulouse. On a l'impression de lire un traité, sur les théories électroniques et quantiques, qui aurait été élaboré dans l'immense laboratoire du ciel. Puisqu'ici nous devons nous placer surtout au point de vue mathématique, signalons que l'étude globale d'une atmosphère stellaire peut se traduire par une équation différentielle (plus exactement intégrodifférentielle) formée par Milne ou par Eddington. Cette équation est compliquée mais, une fois qu'on l'a formée, on a une méthode de travail en recherchant les hypothèses qui conduisent à des cas d'intégrabilité exacte ou approchée. Naturellement, il reste bien des phénomènes, tels la rotation des étoiles, hors de l'équation en question. M. Eugène Bloch, dans une courte Préface, signale aussi que la complication et la variété des causes capables d'influencer les raies d'absorption des spectres stellaires sont telles qu'il est extrêmement malaisé de démêler le rôle exact de chacune d'elles. L'hydrogène, l'hélium changent étonnamment leurs spectres par effet Stark. Mais M. Lacroute travaille indéniablement à débrouiller un écheveau que de nouvelles observations pourront toujours compliquer à nouveau. Ceci, dit-il en terminant, exigera souvent l'introduction d'idées nouvelles qui amélioreront notre connaissance du monde. 102 citations bibliographiques !

493. — René LAMBERT. *Structure générale des Nomogrammes et des Systèmes Nomographiques* (Procédés généraux de Calcul. Direction Maurice d'Ocagne. 64 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Adjonction remarquable à l'œuvre de M. d'Ocagne qui, remarquons-le en passant, a commencé à prendre une ample place, dans la Science, en même temps que *L'Enseignement mathématique*. C'est, en effet, dans le premier volume de notre Revue (1899) que l'on trouve (p. 368) l'analyse du grand *Traité de Nomographie*. Le fascicule de M. René Lambert est plus modeste et pourrait davantage être comparé à celui publié dans le *Mémorial des Sciences mathématiques* et que nous avons analysé aussi (24, 1924-25, p. 338).

Il s'agit surtout, ici, des *systèmes* de nomogrammes, systèmes qui peuvent comprendre des multiplicités de plans et donnent des généralités nouvelles pour le nomogramme unique, en vue de son introduction possible dans un système. La simple analyse combinatoire témoigne de l'extrême variété des systèmes mais l'art nomographique consiste précisément à trouver, en eux, un fil conducteur avantageux. Il y a notamment une ingénieuse théorie de contacts correspondant à des degrés de liberté. D'inévitables tâtonnements prennent figure d'approximations successives. L'impression générale est celle d'une nomographie traduisant des propriétés d'hyperespace et ce sans perdre de vue nombre de problèmes pratiques.

503. — Octave ONICESCU et Georges МИНОС. *La dépendance statistique. Chaînes et familles de chaînes discontinues* (Exposés d'Analyse générale. Direction Maurice Fréchet. 48 pages, 1937. Prix: 15 francs). — Fascicule d'apparence bizarre qui débute au paragraphe 6 et par une notation (A) qui, si je ne la connaissais pas par ailleurs, me semblerait insuffisamment explicite. On ne commence à saisir des généralités qu'au paragraphe 16 avec l'extension de la notion de chaîne.

C'est la notion classique de *dépendance* qui est en jeu. Elle peut se traduire par des relations infinitésimales où figurent les variables et le temps, donc par des équations différentielles. Mais celles-ci peuvent être remplacées par des relations discontinues à suivre dans un cadre fonctionnel. Les états possibles d'un phénomène, à un instant quelconque, constituent une variable *statistique*; il s'agit d'enchaîner ces variables conformément à une règle *déterministe*, préoccupation fort indéterminée pour laquelle les chaînes de Markoff apportent une première hypothèse particulièrement simple. Nous sommes dans les formes fonctionnelles du Calcul des Probabilités. Au delà des chaînes de Markoff, on trouve des généralisations sinon aisées du moins intuitives et l'intérêt général de toutes ces chaînes est l'élargissement des bases des théories probabilitaires. Il faut surtout s'entendre sur les enchaînements susceptibles de recevoir une définition mathématique.

518. — E. NOETHER und J. CAVAILLÈS. *Briefwechsel Cantor-Dedekind* (64 pages, 1937. Prix: 20 francs). — Ce recueil épistolaire est émotionnant au possible. Il s'agit de Georg Cantor, créateur de la Théorie des ensembles. L'homme qui a joué aussi formidablement avec les notions d'infinitude nous fait maintenant l'effet d'un génie extraordinaire. Qui sait les persécutions qu'il dut endurer. Weierstrass était défiant; Kronecker, hostile jusqu'à la méchanceté, traitait Cantor de « corrupteur de la jeunesse ». C'est une sorte de querelle préinsteinienne; on dénigre. Mais ceci n'est-il pas de tous les temps. Socrate aussi corrompait la jeunesse et dut boire la ciguë.

Cantor, s'il ne fut pas condamné à mort, vit sa santé s'altérer. Il dut se réfugier dans une clinique. On reste confondu de l'incompréhension et de la haine qui peuvent s'attacher à des questions mathématiques, à des idées nouvelles sur la structure du continu et de l'espace. Honneur, par contre, à ceux qui ont soutenu et défendu Cantor, à Mittag-Leffler, à Poincaré, à Bernstein, à Emile Borel. Quant à Dedekind, son rôle fut véritablement grand. Il vit certaines faiblesses des premiers raisonnements de Cantor et le moyen de les corriger. L'ensemblisme et la moralité marchaient ainsi de pair. Et, dans ces lettres, les ensembles semblent reprendre la vie de leur première jeunesse.

L'intérêt de la question a donné naissance à un article étendu intitulé *Opinions scientifiques* et publié, à Toulouse, dans le journal *La Dépêche* (29 mars 1938).

520. — E. J. GUMBEL. *La durée extrême de la vie humaine* (Statistique mathématique. Direction Georges Darmois. 66 pages, 1937. Prix: 18 francs). — Problème-limite où se mêlent la Statistique et le Calcul des Probabilités. Lorsque l'on construit une Table de mortalité, il arrive, vers la fin, que la loi des grands nombres n'en semble plus ressortir. Les considérations globales et continues tendent à perdre ces caractères. Mais vers quel âge observe-t-on de tels changements? Naturellement, la réponse dépend des pays et des

milieux mais elle ne va pas sans modalités intéressantes. Ainsi, par exemple, le nombre des centenaires peut varier mais sans variation de la longévité de ces personnages. Ou inversement. Plus généralement il y a là deux valeurs, nombre et âge, qui peuvent être liés par une relation elle-même probabilitaire mais précisément fort digne d'étude. L'une des conclusions est que l'on sait mal quelles sont les causes qui agissent sur l'extrême longévité. L'hygiène peut sembler favorable mais les Mathusalem bibliques ne semblaient pas spécialement s'en soucier. Le sujet est plus riche en formules qu'on ne pourrait croire. Les tables et les graphiques abondent. La Suisse et la Suède ont été particulièrement mises à contribution.

A. BUHL (Toulouse).

Pierre DIVE. — **Le Principe de Relativité selon Poincaré et la Mécanique invariante de Le Roux.** — Un fascicule gr. in-8° de 70 pages. Prix : 17 francs. Dunod, Paris, 1937.

Ce fascicule est un extrait, tiré à part, des *Archives des Sciences Physiques et Naturelles* ; il a été imprimé, comme *L'Enseignement mathématique*, chez Albert Kundig, à Genève. Le titre indique qu'il s'agit d'une œuvre sympathisant avec les *Principes et Méthodes de la Mécanique invariante* dus à M. Le Roux et déjà analysés ici (34, 1935, p. 133). D'ailleurs les idées de M. Le Roux semblent également accueillies avec une certaine faveur par M. Bouligand qui, dans le *Précis de Mécanique* signalé plus haut, les a mentionnées brièvement. Pour moi, il me semble voir, dans ces tentatives, une modernisation de la Mécanique faite non plus avec le secours des Espaces de Riemann mais avec celui de la Théorie des groupes de Sophus Lie. Mais qui ne sait que ces deux disciplines sont extrêmement voisines ? Que, par l'emploi de la multiplication et de la dérivation extérieures, les variétés riemanniennes et les espaces de groupes sont conceptions complètement analogues. En tout cas, ceci nous a été magnifiquement démontré par M. Elie Cartan. Nous n'aurions pas été détournés d'analogies aussi immédiates si Henri Poincaré n'était pas mort prématurément.

Et tout cela est si vrai que M. Pierre Dive conclut tout de même à la possibilité d'utiliser physiquement les espaces de Riemann *incurvés*, voire les espaces *tordus* et, plus simplement, les transformations de la Géométrie de Cayley. C'est toujours le procédé einsteinien avec quelques nuances, de même que « l'idée féconde de M. Varcollier qui consiste à associer à tout milieu ondulant une équation de la forme $g_{ij} dx^i dx^j = 0$ » n'est pas essentiellement distincte d'un appel à la loi de gravitation d'Einstein. Je ne vois, en tout ceci, que des variantes heureuses comme susceptibles d'appeler de nouvelles précisions.

On peut dire, sans me gêner, que la courbure de l'espace de Riemann est rejetée. Personne ne s'est jamais représenté cette notion comme celle d'une courbure géométrique tangible. Du moins, en général. La courbure de l'espace-temps n'est qu'interprétation de son hétérogénéité.

Par exemple, ce qui me semble difficile à admettre c'est l'idée d'un repère *solide* physique universel. Nous ne connaissons le corps solide que par l'emprunt que nous en faisons à la croûte terrestre. Et cette croûte me paraît jouer un rôle infime dans l'Univers. Vouloir transporter partout ses propriétés ou seulement une partie de celles-ci, c'est faire une extrapolation qui comporte un point d'interrogation ?