coniques inscrites à normales concourantes.

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **37 (1938)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **15.09.2024**

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss
Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Les coniques inscrites à normales concourantes.

11. — Considérons les coniques inscrites dans le triangle de référence et telles que les normales aux points de contact soient concourantes. Il est évident que l'on se trouve dans les conditions du problème qui a conduit aux deux premières cubiques, puisque les droites qui joignent les sommets aux points de contact de toute conique inscrite concourent. Le point de Gergonne P décrit la première cubique, tandis que le point de concours Q des normales décrit la seconde.

Soient (x, y, z) les coordonnées de Q; X, Y, Z celles de P (coordonnées normales). Les équations qui conduisent à celles des cubiques sont:

$$\frac{Y}{y + x\cos C} = \frac{Z}{z + x\cos B},$$

$$\frac{Z}{z + y\cos A} = \frac{X}{x + y\cos C},$$

$$\frac{X}{x + z\cos B} = \frac{Y}{y + z\cos A}.$$

Soient ξ, η, ζ les coordonnées barycentriques de P. La conique inscrite admettant ce point de Gergonne a pour équation

$$\sqrt{\frac{\xi}{\xi_1}} + \sqrt{\frac{\eta}{\eta_1}} + \sqrt{\frac{\zeta}{\zeta_1}} = 0\ ,$$

et les coordonnées de son centre sont:

$$\xi_0 = \xi_1(\eta_1 + \zeta_1)\ , \quad \text{etc. ...}$$

ou encore

$$\xi_0 = \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\zeta_1}, \qquad \text{etc. ...}$$

D'où résultent les formules inverses

$$\frac{1}{\xi_1} = \eta_0 + \zeta_0 - \xi_0\ , \quad \text{etc. ...}$$

De l'équation

$$\Sigma\, a^2 \frac{\eta_1 - \zeta_1}{\eta_1 + \zeta_1} = 0$$

de la première cubique, résulte l'équation du lieu du centre de la conique inscrite:

$$\Sigma\, a^2 \frac{\eta_0 + \zeta_0}{\xi_0} = 0 \ .$$

Le lieu du centre de la conique inscrite est donc une troisième cubique circonscrite au triangle, dont l'équation est:

$$\sum a^2 \eta\zeta(\eta - \zeta) = 0 \ ,$$

$$\sum \alpha\xi(\eta - \zeta)(\eta + \zeta - \xi) = 0 \ ,$$

$$\sum \frac{x}{a}(y^2 - z^2) = 0 \ .$$

LES CONIQUES CIRCONSCRITES A NORMALES CONCOURANTES.

12. — En coordonnées normales, la condition d'orthogonalité de deux droites

$$z = my \ , \qquad z = m'y \ ,$$

issues du sommet A est

$$\underline{1 + mm' + (m + m') \cos A = 0 \ .}$$

Une conique circonscrite d'équation

$$\frac{\mathcal{A}}{x} + \frac{\mathcal{B}}{y} + \frac{\mathcal{C}}{z} = 0 \ ,$$

est tangente en A à la droite

$$\mathcal{B}z + \mathcal{C}y = 0 \ ,$$

et par suite la normale en A a pour équation

$$\frac{z}{y} = \frac{\mathcal{B} - \mathcal{C}\cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B}\cos A} \ .$$

La condition de concours des normales en ABC à une même conique circonscrite est donc

$$\frac{\mathcal{B} - \mathcal{C}\cos A}{\mathcal{C} - \mathcal{B}\cos A} \cdot \frac{\mathcal{C} - \mathcal{A}\cos B}{\mathcal{A} - \mathcal{C}\cos B} \cdot \frac{\mathcal{A} - \mathcal{B}\cos C}{\mathcal{B} - \mathcal{A}\cos C} = 1 \ .$$