L. Pontrjagin. — Topological Groups. Translated from the Russian by E. Lehmer. — Un vol. in-8° de 299 pages; relié, Dol. 4; Princeton University Press, 1939.

L. Pontrjagin. — **Topological Groups.** Translated from the Russian by E. Lehmer. — Un vol. in-8^{o} de 299 pages; relié, Dol. 4; Princeton University Press, 1939.

Voici un traité, le premier à notre connaissance, qui expose la théorie des groupes continus d'un point de vue général, conformément aux conceptions de la topologie et de l'algèbre modernes.

Après deux chapitres contenant la définition des groupes abstraits et des espaces topologiques et la démonstration de leurs propriétés essentielles utilisées dans la suite, un groupe continu (ou groupe topologique) est défini, au chapitre 3, comme un espace topologique dans lequel est donnée une loi de multiplication qui en fait un groupe abstrait, telle que l'inverse d'un élément a et le produit de deux éléments a et b soient fonctions continues de a et b. Les notions de sous-groupe, d'espace et de groupe quotients, d'isomorphisme et d'homéomorphisme sont présentées d'une manière tout à fait générale, et le chapitre se termine par quelques propriétés des groupes connexes et des groupes à zéro dimension.

Le chapitre 4, après une théorie de l'intégration sur un groupe compact (théorie due à Haar, simplifiée par J. von Neumann), expose les résultats fondamentaux de Peter et Weyl sur la représentation linéaire des groupes compacts et se termine par une application aux fonctions presque périodiques. Le chapitre 5 étudie d'une manière approfondie les groupes commutatifs localement compacts; la méthode employée consiste dans la construction du groupe des caractères, méthode due à l'auteur, qui s'est révélée un instrument utile dans d'autres domaines des mathématiques; comme application, il est établi que les seuls corps topologiques localement compacts et connexes sont les trois corps connus des nombres réels, des nombres complexes et des quaternions.

Avec le concept de groupe de Lie, étudié sommairement au chapitre 5, on voit apparaître pour la première fois les méthodes classiques de l'analyse infinitésimale. Le chapitre 7 montre comment l'étude des groupes continus compacts se ramène à celle des groupes de Lie compacts, établissant en particulier le théorème de J. von Neumann d'après lequel tout groupe compact localement connexe à un nombre fini de dimensions est un groupe de Lie; ce théorème résout, pour les groupes compacts, un problème célèbre de Hilbert, problème qui reste ouvert pour les groupes localement compacts.

Le chapitre 8 expose les résultats de Schreier concernant les relations globales entre groupes localement isomorphes; c'est l'occasion d'introduire la notion de groupe fondamental (de Poincaré) et celle d'espace de recouvrement, qui permettent de construire le groupe de recouvrement simplement connexe d'un groupe continu connexe localement et globalement, et simplement connexe localement. Enfin, le chapitre 9 et dernier, consacré à la structure des groupes de Lie, a contrairement au reste de l'ouvrage, plutôt le caractère d'une introduction; il établit les théorèmes fondamentaux de Lie, indique la classification des groupes semi-simples (renvoyant pour plusieurs démonstrations à un ouvrage en russe de Tchebotareff, dont une traduction serait bienvenue) et termine par quelques brèves remarques sur les groupes de transformations.

Cet ouvrage est sans doute appelé à devenir classique et rendra de grands services, en rendant plus aisément accessibles d'importantes théories. L'auteur y fait preuve d'un réel talent pédagogique, réussissant à obtenir une rigueur et une précision absolues jusque dans tous les détails en même temps qu'une vue claire et élevée de l'ensemble des questions traitées.

G. de Rham (Lausanne).

E. Borel et A. Chéron. — **Théorie mathématique du bridge.** 134 tableaux de probabilités avec leurs modes d'emploi; formules simples; applications. Environ 4000 probabilités. — Un vol. in-8° de 410 pages; fr. 175; Gauthier-Villars, Paris, 1940.

MM. E. Borel et A. Chéron se sont fort heureusement associés pour la publication d'une théorie mathématique très approfondie d'un des jeux les plus répandus: le bridge. Ils n'ont pas craint, semble-t-il, de parler le langage des probabilités, même à ceux qui ne sont « pas géomètres », contrairement à Pascal qui, pour cette raison, se refusait à en discuter avec quelque contemporain notoire.

M. Borel, dont la gloire mathématique est bien connue, présente M. Chéron (rédacteur du bridge aux journaux « Le Temps » et « L'Illustration »), comme un très grand spécialiste de ce jeu passionnant et comme un homme ayant un goût très vif et des aptitudes exceptionnelles pour les calculs numériques et leur interprétation.

C'est à M. Chéron que l'on doit en particulier, les tableaux très clairs et d'un usage presque immédiat, qui permettent de répondre aux questions les plus importantes que l'on peut se poser au cours d'une partie de bridge ou de tout autre jeu de 52 cartes comme le whist ou le boston.

Les bridgeurs qui, par la pratique ou par la réflexion personnelle, ont adopté des règles de conduite au bridge trouveront dans ce livre si riche, soit une confirmation de ces règles, soit une incitation à les contrôler ou à les corriger, en connaissant mieux les prévisions théoriques.

Le plan de l'ouvrage est simple, il suit les différentes phases d'une partie de bridge: le battage des cartes, la donne, les déclarations, l'entame, les modifications qu'apporte aux probabilités la connaissance du mort. Pour pénétrer sur deux points au moins dans quelques détails suggestifs, mentionnons à titre d'exemple ce que l'on peut tirer du tableau 51: Un résidu de 5 cartes intéressantes a une probabilité de 0,678261 de se répartir sous forme 3 et 2 ou 2 et 3 entre deux mains cachées, une probabilité de 0,282609 de se répartir sous forme 4 et 1 ou 1 et 4, etc. Le tableau 30 concerne la valeur défensive des honneurs, As, Roi, Dame, secs. La probabilité que l'As même ne se fera pas est de 0,167; que l'As seul se fera, 0,1274, que l'As et le Roi seuls se feront, 0,3611, que l'As, le Roi et la Dame se feront tous trois 0,4947 et enfin le nombre moyen des levées faites par ces trois cartes est de 2,334 levées et ainsi de suite s'il existe une quatrième carte...

La grande difficulté d'une théorie mathématique du bridge vient de la phase des déclarations des joueurs lors de l'enchère, car les renseignements fournis sont, comme le relèvent les auteurs, difficilement traduisibles en chiffres, puisque cette appréciation dépendrait pour beaucoup de la psychologie des joueurs (et parfois même de leur fantaisie). Pratiquement, il faut jouer rapidement, c'est même un des principaux intérêts du jeu et il serait vain de vouloir agir au mieux en consultant ce livre au cours d'une partie. L'on ferait comme le débutant qui dansait le tango avec, dans une main, sa danseuse et dans l'autre un croquis indiquant les mouvements que devaient faire chacun de ses pieds; les auteurs ne recommandent nulle-