

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 38 (1939-1940)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Rubrik: BIBLIOGRAPHIE

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 19.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

BIBLIOGRAPHIE

Harris HANCOCK. — **Development of the Minkowski Geometry of Numbers.**

Published with the aid of The Charles Phelps Taft Memorial Fund and of two Friends. — Un vol. gr. in-8° de xxiv-840 pages; prix \$ 12.00; The Macmillan Company, New-York, 1939.

Bel ouvrage américain inspiré par le génie de Minkowski et le grand talent du Professeur Harris Hancock. Nouvelle envolée des méthodes hermitiennes vers les conceptions modernes, en laquelle on retrouve les méthodes matricielles, le discontinu sous le continu, l'Arithmétique sous l'Analyse, les équations *homogénéisées* avant d'être arithmétisées. Avec Minkowski, Hermite entrevoyait « la Terre promise ». Et c'est bien un voyage vers cette Terre que nous effectuons maintenant. M. Emile Picard, dans la Préface des Œuvres de Charles Hermite, dit que les recherches de ce dernier ont ouvert des horizons tout à fait nouveaux en Théorie des Nombres. Hermite en disait autant de Minkowski. « Monsieur, lui écrivait-il, je me sens rempli d'étonnement et de plaisir devant vos principes et vos résultats; ils m'ouvrent comme un monde arithmétique entièrement nouveau où les questions fondamentales de notre science sont traitées avec un éclatant succès ! » On est tenté de ne rien ajouter à ce jugement émanant d'un des plus grands mathématiciens de tous les temps.

Analysons cependant en commençant par les divisions régulières de l'espace situant des entiers et cependant divisions en lesquelles le continu s'étend par des transformations géométriques dont les plus simples sont de nature homothétique. Il est bien connu que toute équation $F(x, y, z) = 0$ peut s'écrire $f(x, y, z) = 1$ avec f homogène. C'est cette homogénéisation qui, dans les théories ondulatoires modernes, prépare la quantification, du moins entre autres procédés. Pourquoi ne préparerait-elle pas, de même, un procédé d'ordination des nombres en des régions spatiales à lier les unes aux autres selon la nature de f et en tentant d'emplir tout l'espace avec ces régions auxquelles on peut facilement assigner des formes polyédrales, puis des régions frontières inféodées à des propriétés numériques. Cela fait évidemment penser aux domaines fonctionnels où s'ébattent, par exemple, fonctions elliptiques et automorphes.

Seulement ces dernières fonctions doivent satisfaire à des conditions de continuité et surtout de définition qui ne leur laissent pas toujours une plénitude de propriétés arithmétiques. Ici, au contraire, l'arithmétique s'attache en toute liberté à un espace d'abord amorphe. Cet espace est ordonné vers des fins numériques. Il est d'abord remarquablement lié à la Théorie des corps convexes, c'est-à-dire des corps qui contiennent entièrement *toutes* leurs distances internes. Mais comme la notion de distance est, tout de même, plus générale que cela, il faut venir, ensuite, à des corps parfois concaves où cette notion est poursuivie de cellule en cellule avec le secours de surfaces types (Standard Surfaces). Les propriétés *inté-*

grales de telles surfaces semblent alors beaucoup plus importantes que leurs propriétés différentielles. Et c'est fort naturel. Les mesures d'étendue, les intégrations aboutissent au numérique, à un numérique beaucoup plus riche que celui qui est d'origine différentielle. C'est ainsi qu'il y a des *aires* gauches sans plans tangents. Et c'est toujours la recherche de l'étendue *standard* qui donne le *nombre* le plus remarquable, le plus pur et le plus riche en propriétés codifiables. Les analystes eulériens qui cherchaient des volumes et des aires remarquables faisaient déjà de la Géométrie minkowskienne mais ils se contentaient, et devaient se contenter, d'aboutissements isolés. Aujourd'hui nous avons, grâce à Minkowski et à M. Hancock, des résultats numériques qui se transforment en d'autres de par une instrumentation continue, qui se propagent dans des espaces différemment distanciés et qui vont même jusqu'à suggérer des généralisations ou des conceptions nouvelles de la distance. Jamais le Nombre ne fut plus essentiellement créateur; le réduire au rôle de résultat est de piètre imagination. Les transformations linéaires, conservant des transcendances mais n'en introduisant point de nouvelles, s'imposent évidemment dans de telles considérations qui cependant ne vont pas sans les nombres *algébriques* provenant, comme racines, du déterminant de la transformation. Les fractions continues restent non seulement d'admirables instruments d'approximation mais il ne fallait sans doute qu'une bonne idée pour penser que leur aspect arithmétique pouvait donner naissance à des schèmes géométriques plus esthétiques encore et donnant, eux aussi, naissance à des sortes d'enchaînements.

Il me faut maintenant être de plus en plus bref et non sans regret dans ces domaines qui tiennent du prodigieux. Voici les formes quadratiques et les ds^2 . Certes ce n'est pas Albert Einstein qui a dit le premier que l'Univers était Nombre mais l'Univers einsteinien ne saurait échapper à la loi commune et si, dans les réseaux de nombres, s'imposent des aires et des volumes qui sont des étendues « standard », il doit en être de même pour ces ds^2 qui deviennent ainsi arithmétisables.

L'auteur revient encore longuement sur les fractions continues et notamment sur les approximations diophantiques qui furent particulièrement chères à Minkowski. D'autre part, Jacobi et Kronecker, sans peut-être toujours s'en rendre compte, préparèrent la matière géométrique par de merveilleuses finesses d'analyse. Abel fit quelque chose d'analogue en préparant l'approximation périodique de nombres algébriques. Il y a des chaînes de substitutions à caractère périodique et tout cela conduit à des méthodes d'approximation laissant loin la Théorie des fractions continues encore que l'existence de celle-ci soit toujours perceptible et son influence certaine.

Il y a une curieuse arithmétique de l'ellipsoïde, de même qu'il y a de curieuses aires ellipsoïdales fort distinctes de l'aire totale. Les intégrations successives peuvent ordonner certains réseaux de points et il existe des corps « standard » extrêmes pour lesquels des inégalités d'existence se transforment en égalités. Disposer de corps homologues en un assemblage aussi dense que possible revient à la considération de certaines variations intégrales, d'où une sorte de Calcul des variations dû à des transformations linéaires.

Nous passons sur beaucoup de choses et il n'en peut être autrement. L'œuvre de M. Harris Hancock est un véritable poème qui peut être accordé

avec toutes les grandes théories mathématiques modernes, tout comme cela est possible pour l'œuvre même de Charles Hermite, particulièrement dans ses formes matricielles. Ici, les esthétiques variabilités des caractères algébriques se traduisent dans des domaines physiques et donnent les merveilles non moins grandes de la Mécanique ondulatoire, laquelle tend à nous mener vers l'essence des choses. Un Minkowski a dû rêver à des constructions analogues pour nombres et mesures, ce qui, au fond, est équivalent.

M. Harris Hancock a tout repris sur de nouveaux frais et il nous livre aujourd'hui un livre splendide représentant sans doute plusieurs années de travail et allant bien au delà de la *Geometrie der Zahlen*. Hélas ! Pourquoi n'avons-nous pas, dans tous les domaines internationaux, rien que des unions et prolongements de ce genre ? A. BUHL (Toulouse).

M. H. A. NEWMAN. — **Elements of the Topology of plane sets of points.** —

Un vol. in-8° de 221 pages et 93 figures; relié, 12s. 6d.; Cambridge University Press, 1939.

La première partie du présent ouvrage (pp. 3-87) constitue une introduction à la Topologie générale. Elle traite des questions suivantes: le calcul des ensembles et la notion du dénombrable, les ensembles fermés et les ensembles ouverts, le concept général d'espace topologique, les propriétés des transformations continues d'un ensemble quelconque, définition des ensembles connexes ou localement connexes et étude de leurs propriétés fondamentales. Pour terminer, deux théorèmes remarquablement élégants fournissant une caractérisation topologique du segment et de la circonférence; citons le dernier: « un continu (c'est-à-dire un ensemble compact et connexe contenant plus d'un point) qui cesse d'être connexe lorsqu'on en supprime deux points quelconques est une courbe simple fermée (c'est-à-dire est homéomorphe à la circonférence) ».

La seconde partie (pp. 90-199) est consacrée à l'étude des propriétés particulières aux ensembles de points du plan et fait intervenir les méthodes combinatoires. Elle débute par les théorèmes de séparation: théorème de Jordan et autres théorèmes analogues; la démonstration, basée sur la théorie des chaînes (mod. 2) et sur un lemme d'Alexander, paraît véritablement ne rien laisser à désirer au point de vue de la simplicité. A seule fin de montrer la puissance de la méthode, l'auteur établit quelques théorèmes relatifs à l'espace à n dimensions: invariance topologique du nombre de dimensions et des domaines, extension du théorème classique de Jordan. L'étude des domaines simplement connexes est suivie d'une application intéressante au théorème de Cauchy sur l'intégration dans le domaine complexe. Les domaines limités par une courbe de Jordan jouissent de la propriété que leurs points frontières sont accessibles; cette propriété est établie au chapitre VII, où l'on voit aussi dans quelle mesure elle est caractéristique des domaines jordanien. Le chapitre VIII et dernier introduit l'ordre de connexion d'un domaine avec ses propriétés essentielles. Quelques notes fournissent d'utiles références; signalons une omission: la partie essentielle du théorème 21.2 (cas particulier du théorème de dualité d'Alexander) est due à M. Henri Lebesgue. Un index très commode permet de retrouver immédiatement la définition de tous les termes employés.

En rendant aisément accessibles les méthodes récentes et si simples

qui permettent d'établir en particulier les théorèmes de Topologie utilisés dans la théorie des fonctions uniformes d'une variable complexe, le présent ouvrage nous paraît combler une lacune. Sa lecture ne saurait être trop recommandée.

G. DE RHAM (Lausanne).

W. BLASCHKE und G. BOL. — **Geometrie der Gewebe** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellung, Band XLIX) — Un vol. in-8° de VIII + 339 pages avec 137 figures; relié, RM. 29,70; broché, RM. 28,50, réduction de 25% pour l'étranger; J. Springer, Berlin, 1939.

Trois familles de courbes planes forment un *réseau* (Gewebe), dans un domaine du plan, si par chaque point du domaine passe une courbe et une seule de chaque famille et si, de plus, deux courbes de la même famille n'ont aucun point commun et deux courbes de familles distinctes pas plus d'un point commun. Quatre familles de surfaces, satisfaisant à des conditions analogues dans un domaine de l'espace, forment un réseau de surfaces. En considérant un nombre plus grand, n , de telles familles, on a un « réseau n ». Les réseaux ainsi définis jouissent de *propriétés topologiques locales* qui ont été étudiées dans de nombreux travaux, publiés depuis une douzaine d'années par divers auteurs, à l'instigation de M. Blaschke, sous le Titre « Topologische Fragen der Differentialgeometrie », et dont le présent ouvrage apporte une synthèse.

Les réseaux les plus simples, topologiquement équivalents aux réseaux engendrés par des faisceaux de droites ou de plans, sont étudiés dans la première partie. Ils jouissent de propriétés géométriques simples qui permettent de les caractériser. Dans le cas des réseaux de courbes, par exemple, une telle propriété consiste en la structure hexagonale découverte par G. Thomsen. Un théorème remarquable (de Sauer et Graf) montre que tous les réseaux de droites possédant cette structure hexagonale sont engendrés par les tangentes à une courbe algébrique de classe trois.

En assujettissant les courbes ou les surfaces à des conditions de dérivabilité ou d'analyticité et en envisageant les propriétés topologiques dans un sens restreint, c'est-à-dire invariantes vis-à-vis des transformations topologiques qui satisfont aux mêmes conditions de dérivabilité ou d'analyticité, il devient possible, par l'emploi des méthodes différentielles, d'obtenir des résultats beaucoup plus étendus. C'est l'objet de la deuxième partie. Le problème fondamental, qui consiste à déterminer les conditions d'équivalence topologique (au sens restreint) de deux réseaux, rentre dans le type des problèmes d'équivalence traités dans toute leur généralité par M. E. Cartan. Toutefois, renvoyant le lecteur désireux de suivre les méthodes de M. Cartan à l'ouvrage de J. Dubourdiou: « Questions topologiques de géométrie différentielle » (Fasc. LXXVIII du *Mémorial des Sciences mathématiques*), les auteurs ont préféré suivre une autre voie et utilisent des opérateurs différentiels au lieu de formes de Pfaff, tout en reconnaissant que les méthodes de M. Cartan sont beaucoup plus puissantes et trop peu connues.

La troisième et dernière partie, partant du théorème cité ci-dessus de Sauer et Graf, étudie certaines propriétés des « réseaux n » de droites ou de plans qui sont liées au théorème d'Abel sur les intégrales de différentielles algébriques et fait apparaître des relations profondes entre la théorie des réseaux et la géométrie algébrique.

Sans chercher semble-t-il à présenter une théorie générale des réseaux sous une forme abstraite et achevée, les auteurs ont traité une foule de problèmes particuliers, en faisant ressortir les caractères intuitifs et concrets, signalant des généralisations possibles et les relations avec d'autres théories mathématiques, et proposant chemin faisant nombre de questions nouvelles qui mériteraient d'être abordées. La richesse et la nouveauté du champ exploré, jointes à la simplicité de l'exposé, donnent à l'ouvrage un attrait tout particulier.

G. DE RHAM (Lausanne).

B. L. VAN DER WAERDEN. — **Einführung in die algebraische Geometrie.**

(Die Grundlehren der mathematische Wissenschaften in Einzeldarstellung, Band LI.) — Un vol. in-8° de VII-247 pages; RM. 18, relié RM. 19.50; Julius Springer, Berlin, 1939.

Le présent ouvrage est une introduction à la géométrie algébrique envisagée selon le point de vue de Max Noether et de l'Ecole italienne, dont la méthode algébrico-géométrique s'est révélée la plus simple et très puissante. Le point de vue arithmétique de la théorie des idéaux ainsi que les méthodes transcendentes sont complètement laissés de côté.

La matière est répartie en neuf chapitres. Les deux premiers rappellent certaines notions, fondamentales pour la suite, relatives à la géométrie projective à n dimensions, aux fonctions algébriques (envisagées du point de vue moderne de la théorie des corps) et à l'élimination. Les sept autres chapitres traitent des sujets suivants: les courbes algébriques planes; les variétés algébriques; les correspondances algébriques et diverses applications; le concept de multiplicité d'une solution d'un problème et le théorème de Bezout; les systèmes linéaires sur une variété algébrique quelconque et en particulier les séries linéaires de groupes de points sur une courbe; le théorème fondamental de Noether (ou théorème $Af + Bg$) et ses applications, en particulier le théorème de Riemann-Roch; et, pour terminer, l'étude approfondie des points singuliers des courbes planes.

Le caractère dominant de l'ouvrage nous paraît être la clarté et la rigueur absolue avec lesquelles sont présentées les notions fondamentales. Les éléments de la théorie générale des corps (rappelés très brièvement au chapitre II et qu'on trouve au complet dans le beau *Traité « Moderne Algebra »* du même auteur dans la même collection) jouent à cet égard un rôle prépondérant, en permettant par exemple de définir d'une manière tout à fait satisfaisante l'idée de *point général* d'une variété algébrique, ainsi que le concept de *multiplicité*, qui intervient déjà dans le théorème de Bezout relatif aux courbes planes. Le reproche, qu'on a fait parfois à la géométrie algébrique, d'être une discipline peu rigoureuse dont les théorèmes ne seraient vrais que « en général » (sans qu'on sache ce que signifie cette restriction), ne peut plus ici ne serait-ce qu'effleurer l'esprit du lecteur.

Un grand nombre d'exemples et de problèmes particuliers, les uns traités complètement, les autres proposés comme exercices, illustrent les théories générales et en facilitent l'assimilation, tout en en faisant bien voir la portée. Signalons encore l'addendum au chapitre IV, qui intéressera les topologistes: les variétés algébriques, envisagées comme espaces topologiques, y sont décomposées en cellules, ce qui prouve qu'elles appartiennent bien à la classe des polyèdres envisagés en Topologie.

G. DE RHAM (Lausanne).

K. DÖRGE. — **Wahrscheinlichkeitsrechnung für Nichtmathematiker.** — Unter Mitwirkung von H. KLEIN. — Un vol. in-8° de 13 pages; relié, RM. 6; Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1939.

Après un premier chapitre purement mathématique consacré au concept de limite, la *probabilité* est définie au chapitre II comme limite de fréquence, et les théorèmes fondamentaux du Calcul des probabilités (probabilités totales ou « Mischungsregel », probabilités composées ou « Multiplications-theorem ») sont établis sur la base de cette définition. Les chapitres III et IV contiennent quelques applications au problème des épreuves répétées et à des problèmes de jeux, ce qui est l'occasion d'introduire l'espérance mathématique. Enfin le dernier chapitre traite des valeurs moyennes et de l'écart quadratique moyen, et se termine par la démonstration de la loi des grands nombres (théorème de Bernoulli) basée sur l'inégalité de Tschebycheff.

Si la définition choisie de la probabilité présente l'avantage de rendre en quelque sorte évident ce qu'on appelle parfois la loi empirique des probabilités, elle masque par contre d'autres propriétés des probabilités, ce qui oblige l'auteur à formuler explicitement des hypothèses sur l'application du Calcul des probabilités, qui semblent compléter la définition donnée par la limite de fréquence. On peut se demander alors si cette définition n'apporte pas plus de complications que d'avantages. Quoiqu'il en soit, le présent ouvrage a été écrit par un mathématicien et, bien qu'il s'adresse aux non-mathématiciens, satisfait complètement le mathématicien aux deux points de vue de la rigueur et de la clarté.

G. DE RHAM (Lausanne).

J. VILLE. — **Etude critique de la notion de collectif.** (Monographies des Probabilités, fasc. III.) — Un vol. in-8° de 144 pages; broché, Fr. 75; Librairie Gauthier-Villars, Paris, 1939.

M. de Misès a défini un collectif comme une suite présentant les caractères d'une suite prise au hasard, et conclut à la possibilité de définir la probabilité comme limite (au sens de l'analyse) d'une fréquence relative. L'étude de la définition mathématique de telles suites forme le fond de l'ouvrage, qui montre de manière précise les difficultés soulevées par une telle conception. L'étude conduit à la considération du problème de la ruine des joueurs. L'Auteur montre comment, indépendamment de toute question de principe, la formule de la ruine des joueurs peut servir à résoudre d'une manière élémentaire certaines questions classiques, comme par exemple la question de la convergence de la suite des fréquences relatives dans une suite de résultats au jeu de pile ou face.

Cette étude est divisée en six chapitres:

Chapitre préliminaire. — Etude des fréquences des différentes configurations qui se présentent dans une suite formée de 0 à 1. — Collectifs et Sélections. — Les suites indifférentes. — Critères d'irrégularité fondés sur la notion de martingale. — Applications de la notion de martingale. — Conclusions. — Bibliographie.

FR. TRICOMI. — **Lezioni di Analisi matematica.** Parte seconda. Quarta edizione. — Un vol. in-8° de 355 pages avec 73 figures; relié, L. 85; Casa editrice Bott. A. Milani, Padoue, 1939.

Ces leçons correspondent au cours d'Analyse de seconde année de l'Université de Turin. Cette nouvelle édition ne diffère de la troisième que par quelques points de détail.

Pour faire suite au compte rendu que nous avons donné du tome I dans notre précédent fascicule, nous mentionnons ci-après la liste des huit chapitres du tome II: Intégrale définie. — Méthodes d'intégration en termes finis. — Développement en série des fonctions et calcul numérique des intégrales. Série de Fourier. — Le Calcul différentiel pour les fonctions de plusieurs variables. — Éléments de Géométrie différentielle des courbes et des surfaces. — Intégrales des fonctions de plusieurs variables. — Equations différentielles ordinaires. — Equations aux dérivées partielles et Calcul des variations.

V. HLAVATY. — **Differentialgeometrie der Kurven und Flächen und Tensorrechnung.** — Autorisierte Übersetzung von M. PINL. — Un vol. in-8° de 569 pages; broché fl. 14, relié fl. 15,50; P. Noordhoff, Groningue, 1939.

Cet ouvrage du Professeur Hlavatý, de l'Université de Prague, contient un exposé assez complet des chapitres classiques de la Théorie des courbes et des surfaces dans l'espace euclidien. Dès le début l'auteur a recours à la méthode vectorielle et, lorsqu'il aborde les coordonnées curvilignes, il initie le lecteur au Calcul tensoriel.

L'ouvrage est divisé en quatre parties:

- I. — Courbes planes et courbes gauches.
- II. — Théorie des surfaces: 1. La forme fondamentale de première espèce et ses applications.
- III. — 2. La forme fondamentale de seconde espèce et ses applications.
- IV. — Surfaces spéciales: Surfaces réglées. Surfaces de Weingarten, surfaces de translation. Surfaces minima. Surfaces pseudo-sphériques. Surfaces de Monge.

Une fois en possession des notions fondamentales que renferme ce volume, l'étudiant sera très bien préparé pour aborder le formalisme moderne de la Géométrie différentielle.

Grâce à la traduction rédigée par M. Pinl, le Traité de M. Hlavatý se trouve mis à la portée d'un plus grand nombre de lecteurs. H. F.

L. E. DICKSON. — **Modern elementary Theory of Numbers.** — Un vol. in-8° de 309 pages, relié, Doll. 3; The University of Chicago Press, 1939.

L'auteur s'est proposé de donner un exposé concis, élémentaire, des chapitres classiques de la théorie des nombres et de quelques-uns des grands problèmes qui forment l'objet des recherches modernes auxquelles il a lui-même apporté d'importantes contributions. Son livre constitue un guide sûr et précieux pour tous ceux qui débutent dans l'étude de la théorie des nombres.

Table of Contents. — Foundations of the Theory of Numbers. — Theory of Congruences. — Quadratics Residues and reciprocity Laws. — Binary quadratic Forms. — Positive ternary quadratic Forms. — Universal Theorems involving Cubes. — Sums of nine Values of a cubic Function. — Indefinite ternary quadratic Forms and universal and Zero Forms. — Homogeneous, quadratic, diophantine Equations. — Generalizations of

Cauchy's Lemma; Sums of Values of a quadratic or quartic Function. — Conditions for Solutions of $F = 0$, where F is an indefinite quadratic Form in four or more Variables. — Waring's Problem. — Positive quadratic Forms in n Variables. — Infinitude of Primes in an arithmetical Progression.

De nombreux problèmes d'un caractère élémentaire sont énoncés à la fin des divers chapitres. H. F.

W. KRULL. — **Elementare Algebra vom höheren Standpunkt.** (Sammlung Goeschen, B. 930.) — Un vol. in-16 de 143 pages; relié toile, RM. 1,62; Walter de Gruyter, Berlin, 1939.

A. SCHOLZ. — **Einführung in die Zahlentheorie** (Sammlung Goeschen, B. 1131.) — Un vol. in-16 de 136 pages; relié toile, RM. 1,62; Walter de Gruyter, Berlin, 1939.

La collection Goeschen vient de s'enrichir de deux nouveaux volumes qui seront très utiles aux personnes qui désirent avoir un premier aperçu de quelques-uns des chapitres fondamentaux de l'Algèbre moderne et de la Théorie des nombres.

Le volume de M. Krull suppose la connaissance des éléments d'Algèbre qui figurent dans les programmes de l'enseignement secondaire. L'auteur initie le lecteur aux notions de domaine ou corps algébrique et de groupe de Galois. Il montre leur rôle dans le développement de la théorie moderne des équations. Un chapitre est spécialement consacré à la division de la circonférence.

Celui de M. Scholz fournit une excellente introduction à la Théorie élémentaire des nombres. Il débute par l'étude des propriétés relatives à la divisibilité et aux nombres premiers. Puis viennent les chapitres traitant des congruences, des restes quadratiques et des formes quadratiques. L'ouvrage se termine par l'examen d'un certain nombre d'algorithmes arithmétiques.

Les deux auteurs ont su tirer parti de la place restreinte mise à leur disposition en faisant un choix judicieux des propriétés essentielles dans une première étude. H. F.

Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften. Band I. *Algebra und Zahlentheorie.* Zweite völlig neubearbeitete Auflage herausgegeben von H. HASSE u. E. HECKE. — Le tome I comprendra environ 80 feuilles de 16 pages et sera publié par fascicules; prix: environ RM. 90, avec une réduction de 25% pour l'étranger; B. G. Teubner, Leipzig.

La publication du Tome I de l'Encyclopédie des Sciences mathématiques de la Maison Teubner a débuté en 1898 et s'est achevée en 1904. Au cours des quarante ans qui se sont écoulés depuis la rédaction des premiers fascicules, les divers domaines de l'Algèbre et de la Théorie des nombres ont reçu des accroissements considérables et leur structure a subi des transformations. Une mise à jour, avec une rédaction entièrement nouvelle, devenait indispensable.

Cette deuxième édition du Tome I paraîtra sous la direction de deux savants bien connus, MM. H. Hasse (Göttingue) et E. Hecke (Hambourg), avec la collaboration de mathématiciens de divers pays. Le Tome I est

divisé en deux volumes: I. Arithmétique et Algèbre; II. Théorie des nombres.

Le premier volume comprendra dix-huit articles dont voici les titres:

- A. *Grundlagen*. — 1. Mathematische Logik, von H. SCHOLZ, Münster.
 2. Mathematische Grundlagenforschung, von A. SCHMIDT, Marburg.
 3. Aufbau des Zahlensystems, von F. BACHMANN, Marburg.
 4. Darstellung der reellen Zahlen durch Grenzprozesse, von K. KNOPP, Tübingen.
 5. Allgemeine Mengenlehre, von E. KAMKE, Tübingen.
- B. — *Algebra*. — 6. Kombinatorik, von E. SCHÖNHARDT, Stuttgart.
 7. Lineare Algebra, von K. HENKE, Bremen.
 8. Algebraische Gleichungen mit reellen und komplexen Koeffizienten, von W. SPECHT, Breslau.
 9. Allgemeine Gruppentheorie, von W. MAGNUS, Frankfurt.
 10. Allgemeine Körpertheorie. (Verfasser noch nicht bestimmt.)
 11. Allgemeine Modul-Ring- und Idealtheorie, von W. KRULL, Bonn.
 12. Theorie der Polynomideale und Eliminationstheorie, von W. KRULL, Bonn.
 13. Theorie der Verbands, von H. HERMES, Münster u. G. KÖTHE, Münster.
 14. Algebra der hyperkomplexen Zahlensysteme. (Verfasser noch nicht bestimmt).
 15. Allgemeine Darstellungstheorie, von M. DEURING, Jena.
 16. Theorie der Permutations- und Substitutionsgruppen. (Verfasser noch nicht bestimmt). Mit einem Anhang: Theorie der Lieschen Ringe, von H. ZASSENHAUS, Hamburg.
 17. Allgemeines über Invarianten, von W. SPECHT, Breslau.
 18. Invarianten endlicher Gruppen von linearen Substitutionen. (Verfasser nicht noch bestimmt).

Ces exposés présenteront sous forme de résumés synthétiques l'état actuel des principaux domaines de l'Algèbre, avec une bibliographie aussi complète que possible. En tête de chaque article on trouvera, à la suite du sommaire, un tableau des principaux termes techniques accompagnés de leur traduction en anglais, en français et en italien. C'est là une innovation très heureuse qui sera bien accueillie des lecteurs.

Trois fascicules¹ viennent de paraître; ils portent les numéros 2, 4 (1) et 5.

Le *fascicule 2* contient les articles 3, 4 et 5 de la liste ci-dessus. M. Bachmann présente la notion de nombre dans ses extensions successives d'après Dedekind et Peano avec les différentes théories de nombres irrationnels d'Eudoxe à nos jours. Puis vient la représentation des nombres par des processus infinis: les séries, les produits infinis et les fractions continues. M. Knopp limite son exposé aux propriétés appartenant au domaine de l'Algèbre sans empiéter sur celui de l'Analyse. Dans l'article suivant M. Kamke présente la théorie générale des ensembles en tenant compte

¹ Fasc. 2, 114 pages, RM. 8; 6 pour l'étranger. — Fasc. 4, I, 51 pages, RM. 3,80; 2,85 pour l'étranger. — Fasc. 5, 135 p., RM. 9,60; 7,20 pour l'étranger. — Les fascicules ne sont pas mis en vente séparément; ils ne sont fournis qu'aux souscripteurs du Tome I.

des travaux les plus récents. Les ensembles de points ne rentrent pas dans le cadre de ce mémoire.

Le *fascicule 4* (articles 9 et 10) a du être divisé en deux parties dont la première vient seule de paraître. Elle traite de la Théorie générale des groupes, rédigée par M. Magnus: A) Notions générales; B) Structures des groupes possédant un nombre fini de sous-groupes; C) Groupes finis; D) Construction de groupes. Groupes infinis.

Le *fascicule 5* comprend les articles sur les développements modernes de la Théorie des idéaux et de l'Algèbre de la logique, exposés par MM. Krull, Hermes et Köthe.

Cette nouvelle édition du Tome I de l'Encyclopédie rendra de grands services non seulement aux chercheurs, mais aussi à ceux qui désirent s'orienter dans un domaine qui ne leur est pas encore familier. H. F.

E. LOHR. — **Vektor und Dyadenrechnung für Physiker und Techniker.** —

Un vol. in-8° de 411 pages avec 34 figures; relié, RM. 18; Walter de Gruyter & Co, Berlin, 1939.

La partie théorique s'étend sur un peu plus de la première moitié de l'ouvrage. L'auteur examine successivement l'arithmétique, l'algèbre et l'analyse des grandeurs extensives. Ces notions sont présentées d'une manière très claire avec toute la rigueur désirable. Au point de vue de la terminologie et de la notation, M. Lohr se rattache à l'école de Gibbs-Jaumann.

Le reste de l'ouvrage est consacré aux applications de l'analyse vectorielle aux problèmes fondamentaux de la Physique. Ils sont empruntés à la Mécanique, à la Théorie de l'élasticité, à l'Hydrodynamique théorique, à la Théorie des phénomènes électromagnétiques, à l'Optique et à la Théorie des quanta.

Rédigé par un physicien pour les étudiants en Physique et les ingénieurs, cet ouvrage sera aussi lu avec un réel profit par les étudiants en mathématiques.

E. SEVIN. — **Physique stellaire.** Essai de synthèse. — Un vol. in-8° de 82 pages, 1 planche; broché, Fr. 25; Librairie Gauthier-Villars, Paris, 1939.

Après avoir mis en lumière la part d'arbitraire et les difficultés que présente la théorie de l'équilibre et du rayonnement des étoiles, l'auteur reprend ces problèmes sur des bases nouvelles, puis procède à une vérification de la relation masse-luminosité à laquelle il parvient. Il aborde ensuite la question de l'évolution stellaire et se trouve conduit à dresser un diagramme général, beaucoup plus étendu que celui de Russell, qui permet de classer méthodiquement toutes les étoiles, y compris les naines blanches et les étoiles les plus chaudes de la classe O.

Ed. CHERA. — **Sie schrieben auf Ton.** Was die babylonischen Schrifttafeln erzählen. Herausgegeben von G. G. Cameron. Aus dem Amerikanischen übersetzt von K. E. BRUNNER. — Un vol. in-8° de 181 pages avec 77 figures; broché, Fr. 7,50; relié, Fr. 9,50; Orell Füssli Verlag, Zürich.

Ce que racontent les inscriptions cunéiformes des tablettes d'argile mises à jour dans les fouilles du proche Orient, tel est l'objet du beau

livre, richement illustré, du célèbre assyriologue américain Edward Chiera. L'étude de ces précieux documents a permis de compléter sur de nombreux points nos connaissances sur l'histoire des peuples sumériens, assyriens et babyloniens qui vivaient en Mésopotamie, il y a plus de 4000 ans. Ils nous renseignent sur la vie culturelle et sur l'activité professionnelle des habitants, sur leurs juges et leurs médecins, sur leurs commerçants et leurs banquiers, sur les lois et les impôts, etc. On lira avec un intérêt tout particulier les pages consacrées aux mathématiques et à l'astronomie. D'une lecture très attachante le livre de Chiera ne peut manquer de recevoir le meilleur accueil auprès de tous ceux qui s'intéressent à l'histoire de la civilisation.

H. F.

C. E. VAN HORN. — **A Preface to Mathematics.** — Un vol. in-16° de 124 pages avec 25 figures; relié, Doll. 2,50; Librairie Chapman and Grimes, Boston, 1938.

Ce petit ouvrage est principalement destiné à la formation des maîtres de mathématiques élémentaires de l'enseignement secondaire aux Etats-Unis. Il contient une série d'entretiens sur l'objet et la portée des mathématiques que l'on enseigne dans les collèges. Par la vue d'ensemble qu'il donne à titre de « préface aux mathématiques », il sera aussi lu avec intérêt par les élèves des classes supérieures et par le grand public.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

1. Livres nouveaux :

Colloque consacré à la théorie des probabilités et présidé par M. FRÉCHET, Professeur à la Sorbonne. (Conférences internationales des sciences mathématiques de l'Université de Genève.) — Huit fascicules, nos 734 à 740 et n° 766 de la collection des « Actualités scientifiques et industrielles ». Librairie Hermann & C^{ie}; Paris. 1939.

W. HEISENBERG et G. PÓLYA: Conférences d'introduction. — (N° 734; 15 francs.)

M. CANTELLI, W. FELLER, M. FRÉCHET, R. DE MISÈS, J. F. STEFFENSEN et A. WALD: Les fondements du Calcul des probabilités. — (N° 735; 25 francs.)

H. CRAMÉR, P. LÉVY, R. DE MISÈS: Les sommes et les fonctions de variables aléatoires. — (N° 736; 20 francs.)

E. HOPF, B. HOTINSKY, O. ONICESCU, V. ROMANOVSKY: Le principe ergodique et les probabilités en chaîne. — (N° 737; 18 francs.)

S. BERNSTEIN, E. SLUTSKY, A. STEINHAUS: Les fonctions aléatoires. — (N° 738; 20 francs.)

B. DE FINETTI, V. GLIVENKO, G. NEYMAN: Conceptions diverses. (N° 739; 18 francs.)