Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 38 (1939-1940)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LA «COURBE CATOPTRIQUE » D'EULER
Autor: Loria, Gino
Kapitel: VIII. — Conclusions.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-515787

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Afin que la courbe à laquelle on arrive soit continue, il faut que la fonction P ait la même qualité; et pour obtenir ce résultat Euler croit *nécessaire* (attention, lecteurs !) que P soit une fonction *rationnelle* de p; comme exemple il suppose $P = 2bp$ et il arrive à la courbe

$$x = bp^2 - \frac{a}{\sqrt{1 + p^2}} + a\,, \qquad y = 2bp + \frac{ap}{\sqrt{1 + p^2}}\,,$$

algébrique du 6me degré; enfin il dit que, non seulement il est aisé de la construire, mais que *la même chose* arrive pour toutes les courbes qu'il a obtenues.

13. — La communication de ces importants résultats produisit chez Goldbach, comme il est bien naturel, le plus vif intérêt; mais, dès ce moment, la correspondance des deux savants se détacha de la courbe catoptrique pour se tourner vers les courbes à un nombre infini de binormales égales, découvertes par Euler. Sans nous arrêter à quelques simples conséquences tirées par Goldbach des formules de son éminent correspondant et qui se rapportent aux valeurs extrêmes des coordonnées (vol. cit., p. 470 et 483), nous remarquons les éclaircissements qu'il a demandés sur l'existence de diamètres et en général sur la forme des nouvelles lignes; cela amena Euler à entrer en plus de détails, à lui fournir (*id.*, p. 485, 490 et 498) des beaux dessins des nouvelles courbes et — ce qui est bien plus important — à introduire la considération méthodique de leurs développées et à exposer quelques remarques très originales sur leurs propriétés: qu'il nous suffise de dire que ces développées sont d'une forme semblable à l'hypocycloïde à trois rebroussements déjà rencontrée par notre géomètre (voir nº 8).

VIII. — Conclusions.

14. — Les considérations que nous venons de citer ont une importance secondaire par rapport au problème qui fait l'objet de notre mémoire; mais elles en possèdent une très grande pour

ceux qui désirent suivre l'évolution de la pensée eulérienne, car on y aperçoit la source de ses recherches sur les courbes *orbiformes* et *triangulaires* [1]; on y trouve même des remarques sur leur construction qui acquérirent avec le temps et par des nouvelles recherches du grand géomètre une portée plus générale. Ajoutons que l'apparition récente dans la littérature mathématique des courbes orbiformes, sous le nom de *courbes d'une largeur constante*, assurent à Euler, même dans ce champ, la place d'un vrai précurseur.

Mais les études sur lesquelles nous avons fixé par ce travail l'attention des mathématiciens ont encore une grande valeur au point de vue de la doctrine; car elles prouvent une fois de plus que l'examen direct et profond d'une question géométrique peut permettre de vaincre des difficultés (intégrations) contre lesquelles échouent les procédés classiques de l'analyse infinitésimale: et c'est presque par une ironie de la destinée qu'à cette conclusion nous amène l'examen de travaux de celui qui est avec raison considéré comme le type le plus parfait de l'analyste pur.

Pratovecchio (Arezzo), juillet-août 1940.

---

[1] Voyez le mémoire *De curvis triangularibus* (Acta Acad. Petrogr. 1778). Comp. *Spezielle alg. und transsc. ebene Kurven*, I Bd. (II.Aufl., 1910), p. 374 et suiv.