

QUELQUES TENDANCES RÉCENTES DE LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE

Autor(en): **Samuel, Pierre**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1942-1950)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-515803>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

QUELQUES TENDANCES RÉCENTES DE LA GÉOMÉTRIE ALGÈBRIQUE

PAR

Pierre SAMUEL (Clermont-Ferrand).

Nous n'entendons pas brosser ici un tableau complet des récents progrès de la Géométrie algébrique. Nous laisserons, par exemple, de côté l'abondante production récente de l'Ecole italienne et de ses disciples. Nous nous proposons surtout de parler des points sur lesquels la Géométrie algébrique moderne se distingue de l'édifice, maintenant classique, édifié par les géomètres italiens. Parmi ces points, trois surtout retiendront notre attention :

D'abord la Géométrie algébrique moderne ne se borne plus à opérer sur le corps des nombres complexes, mais admet des « domaines universels » [38] algébriquement clos quelconques, ou plus exactement de caractéristique quelconque. Ceci ne peut se faire qu'au prix du sacrifice des méthodes propres aux nombres complexes (fonctions thêta et homologie, par exemple), et au prix d'une étude préalable des phénomènes nouveaux (l'inséparabilité, par exemple) que présentent les corps de caractéristique $p \neq 0$.

Ce besoin de généralité suffirait à lui seul à justifier le second point que nous avons en vue, c'est-à-dire l'utilisation par la Géométrie algébrique de toutes les ressources de l'Algèbre abstraite. Mais il y a de ce fait une raison plus essentielle, et nous ne pourrions mieux faire que de citer les paroles prononcées par P. Dubreil au Colloque de Géométrie algébrique de Liège en 1949 : « Depuis Descartes, l'application des méthodes de l'Algèbre à la Géométrie est dans la meilleure tradition mathématique. Il

était donc fatal, indépendamment de toute question de rigueur, qu'en pleine période de prospérité, les algébristes se tournent vers ce magnifique champ d'applications qu'est pour eux la Géométrie. »

Enfin la Géométrie algébrique complexe n'est pas restée inactive. Son développement récent a été marqué par l'utilisation de la Topologie, de la théorie des variétés kähleriennes, et de celle des formes harmoniques.

A propos de ces deux derniers points, nous ne voulons pas dire que l'utilisation par la Géométrie algébrique des ressources d'autres disciplines, Algèbre ou Topologie, par exemple, soit chose nouvelle. L'utilisation de l'Algèbre remonte à Descartes, et, plus près de nous, à Kronecker, Dedekind et Hilbert; celle des méthodes transcendentes à Riemann, Poincaré et Picard. Nous ne voulons pas dire non plus que la Géométrie algébrique est uniquement dans une position de débitrice vis-à-vis de l'Algèbre et de la Topologie: elle est aussi, et depuis longtemps, leur créancière, car elle leur a fourni de nombreux problèmes à résoudre, et de nombreux exemples à étudier. Notons à ce propos que si, au début de ce siècle, la Théorie des Nombres était l'inspiratrice principale de l'Algèbre (la Géométrie algébrique venant au second rang, avec la Théorie des Invariants et la Théorie des Groupes), il semble en ce moment que la Géométrie algébrique est en train de la détrôner de ce rôle. Par contre, la Topologie, qui a pris naissance avec Riemann et Poincaré à propos de problèmes de Géométrie algébrique, paraît avoir maintenant les théories des Groupes de Lie et des espaces fibrés pour principales inspiratrices. Nous parlerons surtout des tendances algébriques de la Géométrie algébrique contemporaine.

La première tâche de l'Algèbre abstraite était de fournir à la Géométrie algébrique, non seulement un langage aux termes définis sans ambiguïté, mais aussi des théorèmes généraux d'utilisation commode et des symbolismes maniables. De ceci nous sommes redevables aux travaux d'E. Noether et Van der Waerden, et, plus récemment, d'O. Zariski et d'A. Weil. Le langage le plus souvent utilisé en ce moment est celui mis au point dans les « Foundations of Algebraic Geometry » d'A. Weil [38], où sont définies les notions de variété, d'en-

semble algébrique, de cycle, de correspondance birationnelle, et où sont démontrées les formules fondamentales de la théorie des intersections. Par exemple, c'est le langage des « Foundations » qui est employé par Matsusaka [23] dans sa généralisation aux corps de caractéristique $p \neq 0$ de la démonstration donnée par Zariski [45] de l'important théorème de Bertini sur les systèmes linéaires.

Le langage des « Foundations » a reçu récemment quelques perfectionnements grâce à la résolution, par des élèves surtout japonais et français d'A. Weil, de quelques problèmes posés par lui ([38], chap. IX). Au moyen de la « forme associée » de Van der Waerden et Chow [5], [34] ou par le procédé voisin des « projections génériques », Chow, Matsusaka [24] et Samuel [29] ont défini les spécialisations de cycles de dimension arbitraire, et démontré leurs principales propriétés, donnant ainsi plus de maniabilité à la notion de système algébrique de cycles; cette théorie a été étendue aux variétés dites « abstraites » par Van der Waerden [36]. Les propriétés des différentielles de première espèce ont été étudiées par Koizumi [21] et Kawahara [20]. Et la théorie des multiplicités d'intersection a été étendue par Samuel [29] aux composantes excédentaires (c'est-à-dire de trop grande dimension, par exemple les points communs à deux courbes gauches) et à certaines de celles qui sont singulières sur la variété ambiante considérée (par exemple deux génératrices d'un cône du second ordre).

D'autres travaux, de Weil lui-même et de ses élèves, ont montré que le langage ainsi créé s'appliquait de façon assez directe à la résolution de problèmes concrets. Mentionnons d'abord les ouvrages d'A. Weil lui-même: dans celui sur les courbes algébriques [39], il y a d'abord l'exposé, par des méthodes géométriques, du théorème de Riemann-Roch, de la théorie des différentielles, et de celle des correspondances sur une courbe; celle-ci est ensuite appliquée au cas d'une courbe sur un corps fini, ce qui permet de donner, pour une telle courbe, la démonstration de l'hypothèse de Riemann et de la conjecture d'Artin; une étude plus approfondie des correspondances sur une courbe, où sont transposés au cas d'un corps quelconque les résultats qui dépendent de l'existence de la jacobienne, est donnée dans le

livre sur les variétés abéliennes [40], où l'on trouve aussi une étude générale de celles-ci. Ces résultats relatifs aux courbes, jacobiniennes et variétés abéliennes ont pu être utilisés dans l'étude des équivalences entre diviseurs d'une variété; rappelons qu'on appelle diviseur sur une variété V de dimension n toute combinaison linéaire formelle à coefficients entiers de sous-variétés de dimension $n - 1$ de V ; les diviseurs sur V forment un groupe abélien G ; les diviseurs de fonctions, qu'on appelle aussi linéairement équivalents à zéro, en forment un sous-groupe G_χ ; enfin les diviseurs qui sont différences de deux diviseurs d'un même système algébrique, et qu'on appelle algébriquement équivalents à zéro, forment un sous-groupe G_a de G contenant G_χ . Les fondements de la théorie des équivalences ont été posés par Weil lui-même, qui a généralisé au cas général d'une variété et d'un corps quelconques les critères d'équivalence de Severi relatifs aux courbes d'une surface [43]. D'autre part, Néron a démontré [27] que le groupe G/G_a a un nombre fini de générateurs, généralisant ainsi le théorème de la base finie de Severi; la méthode employée s'inspire de la méthode de descente infinie employée par Weil dans l'étude des points rationnels sur une variété abélienne. Quant au groupe G_a/G_χ il est en correspondance « birationnelle » avec une variété abélienne, appelée la variété de Picard de V ; c'est ce qui résulte de travaux récents de Weil, et de Néron et Samuel [28]; ces travaux procèdent par voie algébrique et sur un corps de base quelconque. Sur le corps des nombres complexes, Igusa [17] est arrivé aux mêmes résultats en utilisant l'homologie et la théorie des formes harmoniques; il a donné aussi les équivalents algébriques des équivalences homologiques (à coefficients entiers et rationnels) entre diviseurs d'une variété; enfin il a démontré l'existence d'une autre variété abélienne attachée à une variété algébrique, la variété d'Albanese, et montré qu'elle admet une sorte de dualité avec la variété de Picard (cf. [41]). Dans un autre ordre d'idées, Rosenlicht a étudié, sur les courbes, des relations d'équivalence plus strictes que l'équivalence linéaire.

Ces travaux de Rosenlicht nous amènent à parler du rôle des espaces fibrés en Géométrie algébrique; en effet, les variétés étudiées par lui sont des variétés de groupe, admettant la jaco-

bienne pour groupe quotient, les classes d'équivalence étant certains sous-groupes de groupes linéaires; ces variétés ont d'ailleurs des liens étroits avec les fonctions quasi-abéliennes étudiées par Severi et Conforto. La méthode des variétés abstraites de Weil, obtenues par « recollement » de morceaux de variétés affines ([38], chap. VII), lui permet de définir, sur un corps de base quelconque, des variétés algébriques qui sont des espaces fibrés au sens strict, c'est-à-dire avec des fibres toutes birationnellement et birégulièrement équivalentes, et avec un groupe structural opérant sur ces fibres [10]. Lorsqu'on prend pour fibre la droite projective opérée par le groupe multiplicatif des éléments non nuls du corps de base, les espaces fibrés obtenus sont caractérisés par leur base et par un unique invariant qui est une classe d'équivalence linéaire de diviseurs de la base [10]. Weil a aussi démontré des résultats analogues pour d'autres fibres et groupes structuraux de nature simple ([10], et conférences faites en 1949 à l'École normale supérieure).

Mais on rencontre aussi des variétés fibrées à un sens plus large: il n'y a plus ici de groupe structural opérant sur les fibres — celles-ci ne sont plus birationnellement équivalentes entre elles —, certaines même peuvent être décomposées ou de dimension plus grande que celle de la fibre générique (on cherche d'ailleurs à éviter que cette circonstance ne se produise). Ce sont des variétés de ce genre que l'on rencontre lorsqu'on applique la méthode de Picard (dont le cas typique consiste à étudier les sections d'une surface par les plans d'un faisceau linéaire; ceci ne donne à vrai dire pas tout à fait une fibration, puisque les diverses fibres ont des points communs, mais on se ramène aisément au cas d'une variété fibrée au moyen d'une transformation birationnelle simple). C'est cette méthode de Picard qui est employée par Néron et Samuel dans leurs travaux sur le groupe de Severi [27] et la variété de Picard [28]. Une importante propriété de ces variétés fibrées au sens large, et qui permet de les appeler des variétés fibrées, est que, au voisinage d'un point d'une fibre ordinaire, ce sont des produits de la base et de la fibre; ce résultat est dû à Chow [7]; le sens dans lequel le mot « produit » doit être entendu sera précisé plus loin, à propos de l'étude locale des variétés, à laquelle appartient ce résultat.

Dans la plus grande partie des résultats qui viennent d'être mentionnés, on remarquera le rôle prépondérant que jouent les diviseurs. C'est là une des faiblesses de la Géométrie algébrique (classique comme moderne) qui jusqu'ici n'a pu édifier de théorie complète que dans les cas dits « de dimension 1 » (celui des diviseurs est le cas typique de dimension 1, car c'est la différence de dimensions qui joue le rôle déterminant). La méthode la plus féconde, en dimension 1, est celle des valuations (ou toute autre méthode essentiellement équivalente, comme la « Quasi-Gleichheit » ou la méthode géométrique de Weil [38, chap. VIII]. Une autre aide importante, dans l'étude des diviseurs, est le procédé de normalisation dû à Zariski [44]. On dit qu'une variété V est normale si, pour tout choix de coordonnées affines, l'anneau de coordonnées de V (c'est-à-dire l'anneau obtenu à partir de l'anneau des polynômes en identifiant deux polynômes qui prennent les mêmes valeurs sur V) est intégralement clos; une des principales propriétés d'une variété de dimension n qui est normale sur un corps de base parfait est qu'elle n'a pas de sous-variété singulière de dimension $n - 1$. Actuellement, au lieu de n'étudier que les variétés sans singularités, on fait plutôt l'hypothèse moins restrictive de normalité, qui est suffisante dans bien des questions concernant les diviseurs; en effet, le problème de résolution des singularités n'est pas résolu dans le cas général, tandis qu'une variété quelconque est en correspondance birationnelle avec une variété normale, appelée son modèle normal associé, et la théorie des anneaux locaux (dont nous parlerons plus loin) nous donne un excellent contrôle des relations qui existent entre une variété et son modèle normal associé; ainsi il est facile de déduire les propriétés d'une variété de celles de son modèle normal.

Notre connaissance des situations de dimension supérieure à 1 est, avons-nous dit, bien moins complète. Les méthodes transcendentes, topologiques surtout, permettent d'y aborder certains problèmes globaux, mais nous ne nous étendrons pas sur ce point. Les méthodes algébriques le permettent aussi, mais les seuls problèmes de dimension supérieure dont la théorie soit assez développée sont les problèmes locaux et semi-locaux. La technique algébrique nécessaire dans ces problèmes est beaucoup

plus poussée que celle des « Foundations », et fait appel à toutes les ressources de l'Algèbre commutative; elle a été surtout mise au point par Zariski et par Chevalley. D'ailleurs, comme nous l'avons dit, la nécessité de forger ces outils a été un important facteur de progrès pour l'Algèbre, laquelle ne saurait constituer, sans danger de stérilité, une branche autonome de la Mathématique, mais ne peut progresser que sous l'impulsion des problèmes que lui posent ses applications, arithmétiques, géométriques ou topologiques. La branche d'Algèbre qui s'est constituée sous l'impulsion des problèmes locaux de Géométrie algébrique s'appelle l'Algèbre locale.

Le travail de base de la Géométrie algébrique locale a été la caractérisation et l'étude des points simples [51], et le développement d'une théorie locale des multiplicités d'intersection comprenant la théorie analogue pour les variétés algébroides [3]; le lien entre les théories des intersections de Weil et de Chevalley a été établi par Igusa [16] et Samuel [29]. Puis est venue l'étude locale de la normalisation (c'est-à-dire l'étude de la clôture intégrale d'un anneau local) et des variétés normales: leur principale propriété, démontrée par Zariski [53, 54], est d'être analytiquement irréductibles et analytiquement normales, c'est-à-dire que, au voisinage d'un point, une variété algébrique normale ne peut se décomposer en plusieurs nappes analytiques, et que l'unique nappe analytique obtenue est normale en tant que variété analytique; en termes algébriques ceci veut dire que, si l'anneau local d'un point est intégralement clos, son complété est un anneau sans diviseurs de zéro et intégralement clos. A cette étude des anneaux locaux se rattache le résultat de Chow sur certaines variétés fibrées [7]: si une variété V est recouverte par un système algébrique S de cycles $C(M)$ tels que par un point générique de V passe un cycle et un seul du système, alors (sous certaines conditions, en général vérifiées), V est localement, en tant que variété analytique, produit de S et de $C(M)$; en termes algébriques, l'anneau local complété d'un point de V est isomorphe au produit tensoriel de ceux de S et de $C(M)$.

Une technique algébrique encore plus poussée devient nécessaire pour étudier toutes les valuations du corps des fonctions algébriques sur V , et non plus seulement celles correspondant

aux sous-variétés de dimension $n - 1$. C'est cette étude qui a conduit Zariski à ses démonstrations du théorème d'uniformisation locale [48], de la réduction des singularités des variétés à deux et trois dimensions [46, 47], et à son étude des correspondances birationnelles en leurs éléments irréguliers et fondamentaux [50]. Une autre technique encore, celle des anneaux semi-locaux et M-adiques [52] est nécessaire dans l'étude des problèmes « semi-locaux », c'est-à-dire ceux où l'on étudie une variété V au voisinage de tous les points d'une sous-variété W ; grâce à cette technique, Zariski a pu définir, dans le cas abstrait, les fonctions holomorphes sur V le long de W [55]; et au moyen d'un théorème d'invariance birationnelle de ces fonctions, il a démontré, dans le cas d'un corps de base quelconque, le principe de dégénérescence. Ce résultat est le suivant: si on a un système algébrique irréductible de cycles dont l'élément générique est irréductible, alors tous les cycles du système sont connexes (c'est-à-dire ne sont pas sommes de deux cycles sans point commun); ainsi, lorsqu'une cubique gauche vient se décomposer en une conique et une droite, ces deux courbes ont un point commun. Dans le cas de variétés sur le corps des nombres complexes, la notion de connexion définie ci-dessus coïncide avec la notion topologique, et le principe de dégénérescence devient un facile exercice de Topologie. Il serait donc tentant d'essayer de déduire de ce cas celui d'un corps de base de caractéristique $p \neq 0$ au moyen d'une technique convenable de « réduction modulo p »; mais les essais faits dans cette voie ne semblent pas avoir abouti.

En résumé, la Géométrie algébrique moderne semble avoir à sa disposition les moyens de traiter les problèmes globaux de dimension 1 (par voie algébrique), les problèmes locaux de dimension quelconque (par voie algébrique aussi), et aussi certains moyens d'action (algébriques et transcendants) sur les problèmes globaux de dimension supérieure. Un grand progrès serait la mise au point d'une technique de réduction modulo p ; celle-ci permettrait d'abord de généraliser à une caractéristique quelconque les résultats démontrés par voie transcendante sur le corps des nombres complexes; et elle permettrait aussi de surmonter des difficultés purement algébriques qui se présentent

en caractéristique p ; par exemple, dans notre travail récent sur la variété de Picard, Néron et moi nous nous sommes heurtés à des questions d'inséparabilité qui nous ont causé de grands efforts; un exemple plus probant, vu son ancienneté (toute relative!) et la qualité du mathématicien, est le fait que Zariski n'a pu démontrer (algébriquement d'ailleurs) ses théorèmes de locale uniformisation et de réduction des singularités des variétés de dimension trois [47, 48] que dans des cas d'un corps de base de caractéristique nulle. Il semble donc que, malgré tous les progrès faits dans l'étude des questions d'inséparabilité (en particulier les résultats de Weil sur l'ordre d'inséparabilité [38, chap. I] et ses rapports avec les multiplicités d'intersection et la notion de cycle rationnel sur un corps [38, chap. VI et VII]), notre technique algébrique n'est pas encore suffisante pour traiter des problèmes de caractéristique arbitraire sans avoir à s'occuper de celle-ci. Il y a là un problème à résoudre; nous pensons que sa solution viendra moins d'une étude *a priori* des phénomènes d'inséparabilité, que d'approximations successives analysant les besoins de la Géométrie algébrique. Mais les problèmes de la Géométrie algébrique ne concernent pas seulement les cas de dimension supérieure et l'inséparabilité. Il reste de nombreux problèmes ouverts, même en dimension 1, même dans le cas des courbes, par exemple l'établissement par voie géométrique de la théorie du corps de classes; pour plus de détails sur ces problèmes nous ne pouvons mieux faire que renvoyer le lecteur à des articles d'A. Weil [37, 42].

Pour conclure nous caractériserons quelques tendances algébriques actuelles de la Géométrie algébrique. On peut, semble-t-il, y distinguer deux stades, élémentaire et supérieur. Le stade élémentaire comprend les questions relatives aux intersections, aux systèmes algébriques de cycles, bref tous les outils d'application universelle. Quant au stade supérieur, il comprend tout le reste, c'est-à-dire principalement (aujourd'hui!) les théories des équivalences et les résultats du type Riemann-Roch. Il semble qu'il y ait une convention tacite de ne pas employer les résultats du stade supérieur pour démontrer ceux du stade élémentaire (contrairement à ce qui se passait chez les Italiens). Mais l'épithète « élémentaire » ne doit pas leurrer:

l'emploi, dans la démonstration d'un résultat élémentaire, de toutes les ressources de l'Algèbre (ou de la Topologie) est chose fréquente.

Un autre trait, avons-nous dit, est d'éviter de se restreindre aux variétés non singulières, et de faire plutôt l'hypothèse de normalité. On peut, en effet, se demander maintenant si le problème de résolution des singularités appartient bien à la théorie élémentaire, même algébrisée autant qu'il le faudra. Et il reste le vague espoir de pouvoir l'aborder au moyen d'un détour par la théorie supérieure (développée pour les variétés normales).

Enfin, tandis que les objectifs de la théorie élémentaire seront déterminés par les besoins de la théorie supérieure, le choix des objectifs dans cette dernière sera surtout guidé par les travaux de l'Ecole italienne: les premiers efforts semblent porter surtout sur les résultats que les Italiens ont montré être importants. Lorsque ceux-ci étaient l'aboutissement de toute une théorie (par exemple ceux relatifs aux équivalences), grande est la tentation de les emporter maintenant par un assaut direct, analogue au « metodo rapido » des Italiens pour la théorie des courbes; en somme l'idéal serait une sorte d'attaque « aéroportée » des points les plus importants du territoire à conquérir; les résultats environnants pourraient alors être peut-être attaqués avec facilité.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARSOTTI. « Algebraic correspondences between algebraic varieties », *Ann. of Math.*, 52, 427-464, 1950.
- [2] CHEVALLEY. « On the theory of local rings », *Ann. of Math.*, 44, 690-708, 1943.
- [3] — « Intersections of algebraic and algebroid varieties », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 57, 1-85, 1945.
- [4] — « Algebraic functions of one variable », *Math. Surveys*, VI, New York, 1951.
- [5] CHOW et VAN DER WAERDEN. « Zur algebraischen Geometrie IX », *Math. Ann.*, 113, 692-704, 1937.
- [6] CHOW. « On the genus of curves of an algebraic system », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 65, 137-140, 1949.
- [7] — « Algebraic systems of positive cycles in an algebraic variety », *Amer. J. Math.*, 82, 247-283, 1950.
- [8] — « On the defining field of a divisor in an algebraic variety », *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1, 797-799, 1950.

- [9] COHEN. « On the structure and ideal theory of complete local rings », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 59, 54-106, 1946.
- [10] Conference on Algebraic Geometry and Number Theory, The University of Chicago, January 1949.
- [11] DE RHAM et KODAIRA. « Harmonic integrals », *Inst. Adv. Study*, Princeton, N. J., 1950.
- [12] DOLBEAULT. « Sur les correspondances algébriques... », *Acad. Royale Belgique, Bull. Cl. M. Sci.* (5), 35, 237-244, 1949.
- [13] DUBREIL. « Variétés arithmétiquement normales et variétés de première espèce », *Comptes Rendus*, 226, 548-550, 1948.
- [14] GAETA. « On the arithmetically normal curves and surfaces of S_r », *Rev. Math. Hisp. Amer.*, 7, 255-268, 1947.
- [15] GODDARD. « Prime ideals and postulation formula », *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 44, 43-49, 1948.
- [16] IGUSA. « On the algebraic geometry of Chevalley and Weil », *J. Math. Soc. Japan*, 1, 198-201, 1949.
- [17] — « On the Picard varieties of Algebraic varieties », *Amer. J. Math.*, 83, 1951.
- [18] IWASAWA. « Der Bezoutsche Satz in zweifach projektiven Räumen », *Proc. Japan Acad.*, 21, 213-222, 1949.
- [19] — « Zur Theorie der algebraischen Korrespondenzen », *Proc. Japan Acad.*, 21, 204-212 et 411-418, 1949.
- [20] KAWAHARA. « On the differential forms on algebraic varieties », *Nogoya Math. J.*, 4, 73-78, 1952.
- [21] KOIZUMI. « On the differential forms of the first kind on algebraic varieties », *J. Math. Soc. Japan*, 1, 273-280, 1949 et 2, 1951.
- [22] KODAIRA. *Amer. J. Math.*, 83, 815-875, 1951.
- [23] MATSUSAKA. « The theorem of Bertini on linear systems in modular fields », *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto*, A, 26, 51-62, 1950.
- [24] — « Specialization of cycles on a projective model », *Mem. Coll. Sci. Univ. Kyoto*, A, 26, 167-173, 1950.
- [25] MUHLY. « The irregularity of an algebraic surface, and a theorem on regular surfaces », *Bull. Amer. Math. Soc.*, 55, 940-947, 1949.
- [26] — et ZARISKI. « Hilberts characteristic function and the arithmetic genus of an algebraic variety », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 69, 78-88, 1950.
- [27] NÉRON. « Problèmes arithmétiques et géométriques rattachés à la notion de rang d'une courbe algébrique dans un corps », *Bull. Soc. Math. de France*, 1952.
- [28] — et SAMUEL. « La variété de Picard d'une variété normale » (travail en préparation).
- [29] SAMUEL. « La notion de multiplicité... », *J. Math. pures et appl.*, 1951 et 1952.
- [30] — « Sur les variétés algébroides », *Ann. Inst. Fourier*, II, 147-160, 1951.
- [31] SCOTT. « Point-curve correspondences », I, II et III, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 41, 135-145, 1945; 42, 229-239, 1946 et 45, 342-353, 1949.
- [32] — « The united curve of a point-curve correspondence », *Proc. London Math. Soc.* (2), 51, 308-324, 1950.

- [33] SEIDENBERG. « The hyperplane sections of normal varieties », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 69, 357-386, 1950.
- [34] VAN DER WAERDEN. « Einführung in die algebraische Geometrie », New York (Dover), 1945.
- [35] — « Birationale Transformationen von linearen Scharen auf algebraischen Mannigfaltigkeiten », *Math. Z.*, 51, 502-523, 1948.
- [36] — « Les variétés de chaînes sur une variété abstraite », *Colloque Géom. Alg.*, Liège (Thone), 1949.
- [37] WEIL. « L'avenir des Mathématiques », *Les grands courants de la pensée mathématique, Cahiers du Sud*, Paris, 1948.
- [38] — « Foundations of Algebraic Geometry », *Amer. Math. Soc. Coll. Publ.*, 29, New York, 1946.
- [39] — « Sur les courbes algébriques... », *Act. Sci. Indus.*, 1041, Paris (Hermann), 1948.
- [40] — « Variétés abéliennes... », *Act. Sci. Indus.*, 1064, Paris (Hermann), 1948.
- [41] — « Variétés abéliennes », *Colloque d'Algèbre et Théorie des Nombres*, pp. 125-127, Paris (C.N.R.S.), 1950.
- [42] — « Number-theory and algebraic geometry », *Intern. Math. Congress*, Harvard, 1950.
- [43] — « Criteria for linear equivalence », *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1952.
- [44] ZARISKI. « Some results in the arithmetic theory of algebraic varieties », *Amer. J. Math.*, 62, 187-221, 1940.
- [45] — « The theorem of Bertini... », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 56, 130-140, 1944.
- [46] — « A simplified proof for the resolution of singularities of an algebraic surface », *Ann. of Math.*, 43, 583-593, 1942.
- [47] — « Reduction of singularities of algebraic three dimensional varieties », *Ann. of Math.*, 45, 472-542, 1944.
- [48] — « Local uniformization of algebraic varieties », *Ann. of Math.*, 41, 852-896, 1940.
- [49] — « Normal varieties and birational correspondences », *Bull. Amer. Math. Soc.*, 48, 402-413, 1942.
- [50] — « Foundations of a general theory of birational correspondences », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 53, 490-512, 1943.
- [51] — « The concept of a simple point... », *Trans. Amer. Math. Soc.*, 62, 1-52, 1947.
- [52] — « Generalized semi local rings », *Summa Bras. Math.*, 1, 165-169, 1946.
- [53] — « Analytical irreducibility of normal varieties », *Ann. of Math.*, 49, 352-361, 1948.
- [54] — « Sur la normalité analytique des variétés normales », *Ann. Inst. Fourier*, II, 161-164, 1951.
- [55] — « Theory and applications of holomorphic functions on algebraic varieties over an arbitrary ground field », *Memoirs Amer. Math. Soc.*, 5, 1951.