

IV

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1942-1950)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

présente donc une lacune. L'objet du symbolisme infinitésimal que nous aurons à considérer plus loin, est de combler cette lacune.

IV

Une seconde extension de la notion de nombre s'introduit par la division des entiers, opération inverse de la multiplication. Sous sa forme intuitive, manuellement réalisable, la division d'un groupe d'objets en sous-groupes partiels égaux n'est pas toujours possible; l'opération reste inachevée en présence d'un sous-groupe plus petit que les autres, le *reste* de la division. Il est nécessaire, au point de vue pratique comme pour la généralité des théories, de dissiper cette irrégularité. On y est parvenu en construisant la notion de *fraction*. Est-elle toujours introduite de manière à en faire comprendre le mécanisme et à en faire entrevoir la richesse ?

Une maîtresse de maison fait acheter une tarte chez le pâtissier, pour la réception d'amis. L'unité d'*achat* est la tarte entière. Si la tarte est partagée en six morceaux à peu près égaux, en vue de sa consommation par les amis, l'unité de *consommation* est le sixième de tarte; si les consommateurs sont au nombre de quatre, il reste sur le plat *deux sixièmes* de la tarte: le premier mot, *deux*, énonce le nombre des unités de consommation restantes (à remarquer que l'idée de reste n'est pas la même que dans l'expression de reste d'une division); c'est le *numérateur* de la fraction; le second mot, *sixièmes* (de la tarte), rappelle et l'unité d'achat, et le nombre des parties en lesquelles cette unité a été partagée pour constituer l'unité de consommation; c'est le *dénominateur* de la fraction. Les deux termes de la fraction ont donc des fonctions nettement différentes; ils seront traités différemment dans les calculs.

Ceci compris, l'addition et la soustraction des fractions ne présenteront pas d'obstacles durables, moyennant peut-être un nouveau changement d'unité, une réduction à un dénominateur commun.

Aussi n'est-ce pas dans ces opérations que trébuche l'enfant venu de l'école primaire à la théorie et la pratique du calcul des fractions.

Mais la multiplication par un multiplicateur fractionnaire présente une difficulté à mettre clairement en lumière. Dans le passé de cet enfant, multiplier un nombre par 12, par exemple, c'est faire (par une technique abrégée) la somme de douze nombres égaux au multiplicande (entier ou fractionnaire). Mais, qu'est-ce que multiplier un nombre par une fraction, opération à laquelle ne s'applique pas la définition qui vient d'être rappelée?

Considérons deux problèmes concrets analogues.

Voici le premier: j'ai acheté 3 m de ruban à 7 fr. 50 le mètre; quelle somme ai-je payée? La somme demandée est le produit de 7 fr. 50 multipliée par 3.

Changeons l'une des données du problème, en achetant une fraction de mètre de ruban, soit $\frac{3}{5}$ m. Nous résoudrons le problème en passant par une unité auxiliaire, le cinquième de mètre; nous raisonnons ainsi:

1 m de ruban coûte 7,50 fr.
 $\frac{1}{5}$ m de ruban coûte 7,50 fr. : 5 (ou le cinquième de 7,5)
 $\frac{3}{5}$ m de ruban coûtent $\frac{7,50}{5}$ fr. \times 3 (ou les trois cinquièmes de 7,50 fr.).

Nous voyons qu'après un transfert au multiplicande du dénominateur du multiplicateur, nous sommes en état d'énoncer et d'appliquer la règle, qui est celle d'une multiplication, addition abrégée conformément à la définition rappelée.

Pourquoi cette double opération — dont les deux parties peuvent être interverties — s'appelle-t-elle, du nom de l'une des parties, une multiplication? Parce que la partie finale est une multiplication, au sens de la première définition de cette opération. Le même mot *multiplier* appliqué à un nombre peut déterminer un nombre plus grand, en accord avec le sens vulgaire du mot multiplier, ou un nombre plus petit. Cette bivalence du mot n'est-elle pas assimilée sans trouble par une intelligence enfantine; elle nous paraît être la cause de l'insécurité du calcul par fractions chez le jeune enfant. Pareille bivalence n'est pas en cause à propos de l'addition ou de la soustraction des fractions, généralement pratiquée sans autre hésitation une fois les fractions réduites au même dénominateur.

Dès que le sens de l'opération: multiplication par une fraction, est bien compris, il n'y a aucune difficulté à y appliquer la

règle des signes d'un produit de facteurs monômes. Puis le rôle le plus général de la division, opération inverse de la multiplication, peut être abordé en évitant les hésitations encore fréquentes chez des enfants de quatorze ans.

L'imparfaite assimilation de la multiplication par une fraction a sa répercussion sur celle de la division par une fraction. Exécuter une division par une multiplication reste rebutant pour un enfant dont le langage est encore celui de la conversation courante et pour qui la notion de nombres inverses n'est pas encore familière. Pourquoi ne pas enseigner que pour diviser une fraction par une fraction, on les réduit au même dénominateur (opération habituelle dans l'addition et la soustraction), puis l'on divise le numérateur du dividende par celui du diviseur ? il n'est pas difficile à l'enfant de comprendre que $\frac{13}{16}$ est contenu dans $\frac{29}{16}$ autant de fois que 13 m dans 29 m. Perte de temps, dira-t-on, puisque l'on complique des nombres que l'on aura à simplifier ensuite ! Oui, mais compensée par une sécurité d'action qui évite les erreurs et par conséquent, donne confiance au jeune calculateur ; bref, gain de temps au total.

V

Outre ses quatre opérations fondamentales, l'arithmétique en étudie deux autres, inverses l'une de l'autre : l'élévation aux puissances et l'extraction des racines.

La première, formation du produit de facteurs égaux, positifs ou négatifs, entiers ou fractionnaires, est toujours réalisable, mais la seconde présente deux cas d'impossibilité, pour lesquels deux symboles nouveaux ont été créés.

1. Le nombre donné est tel qu'il n'y a ni nombre entier ni nombre fractionnaire qui en soit la racine cherchée. Par exemple, 2 n'est carré ni d'un entier ni d'une fraction ; 2 n'a pas de racine carrée parmi les nombres envisagés jusqu'ici. Mais on a observé qu'il est possible de construire une suite croissante de nombres (1 ; 1,4 ; 1,41 ; 1,414 ...) dont les carrés, également croissants, sont moindres que 2, et une suite décroissante de nombres (2 ; 1,5 ; 1,42 ; 1,415...)