V

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1942-1950)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

règle des signes d'un produit de facteurs monômes. Puis le rôle le plus général de la division, opération inverse de la multiplication, peut être abordé en évitant les hésitations encore fréquentes chez des enfants de quatorze ans.

L'imparfaite assimilation de la multiplication par une fraction a sa répercussion sur celle de la division par une fraction. Exécuter une division par une multiplication reste rebutant pour un enfant dont le langage est encore celui de la conversation courante et pour qui la notion de nombres inverses n'est pas encore familière. Pourquoi ne pas enseigner que pour diviser une fraction par une fraction, on les réduit au même dénominateur (opération habituelle dans l'addition et la soustraction), puis l'on divise le numérateur du dividence par celui du diviseur ? il n'est pas difficile à l'enfant de comprendre que $^{13}/_{16}$ est contenu dans $^{29}/_{16}$ autant de fois que 13 m dans 29 m. Perte de temps, dira-t-on, puisque l'on complique des nombres que l'on aura à simplifier ensuite ! Oui, mais compensée par une sécurité d'action qui évite les erreurs et par conséquent, donne confiance au jeune calculateur; bref, gain de temps au total.

V

Outre ses quatre opérations fondamentales, l'arithmétique en étudie deux autres, inverses l'une de l'autre: l'élévation aux puissances et l'extraction des racines.

La première, formation du produit de facteurs égaux, positifs ou négatifs, entiers ou fractionnaires, est toujours réalisable, mais la seconde présente deux cas d'impossibilité, pour lesquels deux symboles nouveaux ont été créés.

1. Le nombre donné est tel qu'il n'y a ni nombre entier ni nombre fractionnaire qui en soit la racine cherchée. Par exemple, 2 n'est carré ni d'un entier ni d'une fraction; 2 n'a pas de racine carrée parmi les nombres envisagés jusqu'ici. Mais on a observé qu'il est possible de construire une suite croissante de nombres (1; 1,4; 1,41; 1,414...) dont les carrés, également croissants, sont moindres que 2, et une suite décroissante de nombres (2; 1,5; 1,42; 1,415...)

dont les carrés, également décroissants, sont supérieurs à 2; cependant aucun terme de la première suite n'a un carré surpassant celui d'un terme quelconque de la seconde; par contre, aucun terme de la seconde n'a un carré inférieur à celui d'un quelconque de la première; et l'on peut aller assez loin dans chacune des deux pour y trouver deux termes de même rang dont la différence soit aussi petite que l'on veut, par exemple moindre qu'une unité décimale du millionième ordre. On exprime l'ensemble de ces faits en disant que les deux suites dénombrables en question ont une limite commune, qu'on nomme la racine carrée de 2 et qu'on écrit $\sqrt{2}$. Ce symbole est donc défini par la relation $(\sqrt{2})^2 = 2$; on le nomme un nombre *irrationnel* (les entiers et les fractions étant *rationnels*)

2. Dans d'autres cas, le nombre donné est tel que la construction, à partir de lui, d'un nombre irrationnel soit impossible. Le plus simple de ces cas est celui où se pose le problème: quelle est la racine carrée de -1 ? Elle n'existe pas, même comme symbole irrationnel, puisqu'on ne peut reproduire le processus précédent, le carré d'un nombre positif ou négatif étant positif.
   C'est pour ces cas que l'on a créé le symbole $i = -1$, auquel on a imposé les règles de calcul exprimées par:

$$i^2 = -1\,, \quad i^3 = -i\,, \quad i^4 = 1\,, \quad i^5 = +i, \text{ etc.}$$

   Les symboles composés au moyen de i obéissent moyennant cette convention, aux règles de calcul des symboles antérieurs. On les nomme des nombres *imaginaires*, par opposition à l'ensemble des nombres rationnels et irrationnels, qui est celui des nombres *réels*. Un symbole tel que $a + bi$, dont le premier terme est réel et le second imaginaire, est souvent dénommé nombre *complexe*.

VI

Nous n'avons pas encore résolu le problème réservé à la fin de l'alinéa III: intégrer aux mathématiques le fait exception-