supposée continue). Un sous-ensemble A de K sera dit *borné* si pour tout ensemble ouvert V contenant O on peut trouver un ouvert U contenant O tel que AU $\subset$ V.

Un élément x de K sera dit *nilpotent* si x^n tend vers O lorsque n croit indéfiniment. Pour que la topologie de K puisse être définie par une valuation non archimédienne, il faut et il suffit que les deux conditions suivantes se trouvent réalisées:

1° Si A est un sous-ensemble de K auquel O n'est pas adhérent, A^{-1} est borné.

2° Il existe un sous-groupe additif de K qui soit à la fois borné et ouvert.

Pour que la topologie de K puisse être définie par une valuation archimédienne ou par une valuation non archimédienne de rang un, il faut et il suffit que la condition 1° se trouve vérifiée ainsi que:

2° L'ensemble des éléments nilpotents est ouvert.

Les corps topologiques (non nécessairement commutatifs) vérifiant la condition 1° ont été étudiés par Kaplansky sous le nom de corps du *type V* [29]. Ils possèdent déjà certaines propriétés des corps valués. Les résultats de Shafarevitch et Kaplansky montrent que tout corps (commutatif ou non) localement compact a sa topologie induite par une valuation (non exponentielle). Braconnier [7] a établi ce résultat directement en remarquant que dans un tel corps la multiplication par un élément x multiplie la mesure de Haar par un facteur constant $\varphi(x)$ qui se trouve être la valuation cherchée. On trouvera dans [30] un exposé et une bibliographie détaillée de ces questions.

BIBLIOGRAPHIE

[1] E. Artin. — Über die Bewertungen algebraischer Zahlkörper. *J. reine angew. Math.*, Vol. 167 (1930), pp. 157-159.

[2] —— *Algebraic Numbers and Algebraic Functions.* Notes miméographiées d'un cours fait à l'Université de Princeton (1950-1951) — I, New-York (1951).

[3] E. Artin et G. Whaples. — Axiomatic Characterisation of Fields by the Product formula for Valuations. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 51 (1945), pp. 469-492.

[4] G. BIRKHOFF. — Lattice-Ordered Groups. *Annals of Math.*, Vol. 43 (1942), pp. 298-331.
[5] —— *Lattice Theorie*, 2e édition, New-York (1948).
[6] N. BOURBAKI. — *Spécialisations et valuations*, à paraître.
[7] J. BRACONNIER. — Groupes d'automorphismes d'un groupe localement compact. *C. R. Acad. Sci. Paris*, Vol. 220 (1945), pp. 382-384.
[8] H. CARTAN. — Un théorème sur les groupes ordonnés, *Bull. Sci. Math.* Vol. 63 (1939), pp. 201-205.
[9] C. CHEVALLEY. — Sur la thérie du corps de classe dans les corps finis et les corps locaux. *J. Fac. Sci. Imp. Univ. Tokyo* (1933). Série 2, pp. 366-476.
[10] —— La théorie du corps de classe. *Ann. of Math.*, Vol. 41 (1940), pp. 394-418.
[11] —— Introduction to the Theory of Algebraic Functions of One Variable. *Mathem. Surveys*, Vol. 6, New-York (1951).
[12] A. H. CLIFFORD. — Partially ordered Abelian Groups. *Ann. of Math.* Vol. 41 (1940), pp. 465-473.
[13] R. DEDEKIND et H. WEBER. — Theorie der Algebraischen Functionen einer Veränderlichen. *J. reine ang. Math.*, Vol. 92 (1882), pp. 181-290.
[14] M. DEURING. — Verzweigungstheorie bewerteter Körper. *Math. Ann.*, Vol. 105 (1931), pp. 277-307.
[15] J. DIEUDONNÉ. — Sur la théorie de la divisibilité. *Bull. Soc. Math. Franç.*, Vol. 49 (1941), pp. 133-144.
[16] H. HASSE. — *Zahlentheorie*, Berlin (1949).
[17] H. HASSE et F. K. SCHMIDT. — Die Struktur diskret bewerteter Körper. *J. reine ang. Math.*, Vol. 170 (1934), pp. 4-63.
[18] K. HENSEL. — *Theorie der algebraischen Zahlen*. Leipzig (1908).
[19] K. HENSEL et G. LANDSBERG. — *Theorie der algebraischen Funktionen einer Variabeln und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und abelsche Integrale*, Leipzig (1902).
[20] G. HOCHSCHILD. — Local Class field Theory. *Ann. of Math.*, Vol. 51 (1950), pp. 331-347.
[21] N. JACOBSON. — Totally disconnected Locally Compact Rings. *Amer. J. of Math.*, Vol. 58 (1936), pp. 433-449.
[22] P. JAFFARD. — Nouvelles applications de la théorie des filets.*C. R. Acad. Sci. Paris*, Vol. 230 (1950), pp. 1631-1632.
[23] —— Corps demi-valués. *C. R. Acad. Sci. Paris*, Vol. 231 (1950), pp. 1401-1403.
[24] —— *Contribution à la théorie des groupes ordonnés*. Thèse, Paris (1951), *J. Math. pures et appl.* Vol. 32 (1953) pp. 203-280.
[25] —— Théorie arithmétique des anneaux du type de Dedekind, I. *Bull. Soc. Math. Franç.*, Vol. 80 (1952), pp. 61-100.
[26] —— Théorie arithmétique des anneaux du type de Dedekind, II. *Bull. Soc. Math. Franç.* Vol. 81 (1953) pp. 41-61.
[27] I. KAPLANSKY. — Maximal Fields with Valuations, I. *Duke J.*, Vol. 9 (1942), pp. 303-321.
[28] —— Maximal Fields with Valuations, II. *Duke J.*, Vol. 12 (1945), pp. 243-248.
[29] —— Topological Methods in Valuation Theory. *Duke J.*, Vol. 14 (1947), pp. 527-541.

[30] I. KAPLANSKY. Topological Rings. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 54 (1948), pp. 809-826.

[31] I. KAPLANSKY et O.F.G. SCHILLING. — Some Remarks on Relatively Complete Fields. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 48 (1942), pp. 744-747.

[32] M. KRASNER. — Sur la théorie de ramification des idéaux de corps de nombres algébriques. *Mém. Acad. de Belgique*, Vol. 9 (1936), pp. 1-110.

[33] —— Sur la primitivité des corps P-adiques. *Mathematica*, Vol. 13 (1937), pp. 72-191.

[34] —— Quelques méthodes nouvelles dans la théorie des corps valués complets. *Colloque d'Algèbre et de Théorie des Nombres*, Paris (1949), pp. 117-122.

[35] —— *Généralisations non abéliennes de la théorie locale des corps de classe.* Notes polycopiées du Séminaire Bourbaki, Paris (1951).

[36] W. KRULL. — Idealtheorie in unendlichen algebraischen Zahlkörpern, II. *Math. Zeitsch.*, Vol. 31 (1930), pp. 527-557.

[37] —— Ein Hauptsatz über umkehrbare Ideale. *Math. Zeitsch.*, Vol. 31 (1930), p. 558.

[38] —— Galoische Theorie bewerteter Körper. *Sitz. Ber. Akad. Munchen* (1930), pp. 225-238.

[39] —— Allgemeine Bewertungstheorie. *J. reine ang. Math.*, Vol. 167 (1932), pp. 160-196.

[40] —— Idealtheorie. *Ergebnisse der Math.*, Vol. 4 (1935).

[41] —— Beiträge zur Arithmetik kommutativer Integritätsbereiche, I. *Math. Zeitsch.*, Vol. 41 (1936), pp. 544-577.

[42] —— Beiträge zur Arithmetik kommutativer Integritätsbereiche, IV. *Math. Zeitsch.*, Vol. 42 (1937), pp. 767-773.

[43] —— Beiträge zur Arithmetik kommutativer Integritätsbereiche, VIII. *Math. Zeitsch.*, Vol. 48 (1942-1943), pp. 533-552.

[44] —— Über geschlossene Bewertungssysteme. *J. reine ang. Math.*, Vol. 190 (1952), pp. 75-92.

[45] J. KÜRSCHAK. — Über Limesbildung und allgemeine Körpertheorie. *J. reine ang. Math.*, Vol. 142 (1913), pp. 211-253.

[46] P. LORENZEN. — Abstrakte Begründung der multiplicativen Idealtheorie. *Math. Zeitsch.*, Vol. 45 (1939), pp. 533-552.

[47] —— Überhalbgeordnete Gruppen. *Math. Zeitsch.*, Vol. 52 (1949), pp. 483-526.

[48] S. MAC-LANE. — A Construction for Absolute Values in Polynomials Rings. *Trans. Amer. Math. Soc.*, Vol. 40 (1936), pp. 363-395.

[49] —— A Construction for Prime Ideals as Absolute Values of an Algebraic Field. *Duke J.*, Vol. 2 (1936), pp. 492-510.

[50] —— The Uniqueness of the Power Series Representation of Certain Fields with Valuations. *Ann. of Math.*, Vol. 39 (1938), pp. 368-382.

[51] —— Subfields and Automorphism Groups of p-adic Fields. *Ann. of Math.*, Vol. 40 (1933), pp. 423-442.

[52] —— Algebraic Functions. Notes miméographiées d'un cours fait à l'Université Harvard en 1939 (Cambridge, Massachussets, 1947).

[53] —— Note on the Relative Structure of p-adic Fields. *Ann. of Math.*, Vol. 41 (1940), pp. 751-753.

[54] S. Mac-Lane et O.F.G. Schilling. — Infinite Number Fields with Noether Ideal Theorie. *Amer. J. of Math.*, Vol. 61 (1939), pp. 771-782.

[55] K. Matusita. — Über ein bewertungstheoretisches Axiomensystem für die Dedekind-Noethersche Idealtheorie. *Japanese J. of Math.*, Vol. 19 (1944), pp. 97-110.

[56] M. Moriya. — Klassenkörpertheorie im kleinen für die unendlichen algebraischen Zahlkörper. *J. Fac. Sci. Hokkaido Imp. Akad.*, Vol. 5 (1936), pp. 9-66.

[57] —— Bewertungstheoretischer Aufbau der multiplicativen Idealtheorie. *J. Fac. Sci. Hokkaido Imp. Acad.*, Vol. 8 (1940), pp. 109-144.

[58] T. Nakayama. — On Krull's Conjecture. *Proc. Imp. Acad. Tokyo*, Vol. 18 (1942), pp. 1-4.

[59] A. Ostrowski. — Über einige Lösungen der Funktionalgleichung $\varphi(x)\,\varphi(y) = \varphi(xy)$. *Acta Mathematica*, Vol. 41 (1918), pp. 271-284.

[60] —— Untersuchungen zur arithmetischen Theorie der Körper. *Math. Zeitsch.*, Vol. 39 (1935), pp. 269-404.

[61] H. Pröfer. — Untersuchungen über die Teilbarkeitseigenschaften in Körpern. *J. reine ang. Math.*, Vol. 168 (1932), pp. 1-36.

[62] K. Rychlik. — Zur Bewertungstheorie der algebraischen Körper. *J. reine ang. Math.*, Vol. 153 (1924), pp. 94-107.

[63] O.F.G. Schilling. — Arithmetic in Fields of Formal Power Series in Several Variables. *Ann. of Math.*, Vol. 38 (1937), pp. 551-576.

[64] —— Class Fields of Infinite Degree over p-Adic Number Fields. *Ann. of Math.*, Vol. 38 (1937), pp. 469-476.

[65] —— A Generalization of Local Class Field Theory. *Amer J. of Math.*, Vol. 60 (1938), pp. 667-704.

[66] —— The Structure of Local Class Field Theory. *Amer J. of Math.*, Vol. 60 (1938), pp. 667-704.

[67] —— Regular Normal Extensions over Complete Fields. *Trans. Amer. Math. Soc.*, Vol. 47 (1940), pp. 440-454.

[68] —— Normal Extensions of Relatively Complete Fields. *Amer J. of Math.*, Vol. 65 (1943), pp. 309-334.

[69] —— Non Commutative Valuations. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 51 (1945), pp. 297-304.

[70] —— The Theory of Valuations. *Mathem. Surveys*, Vol. 4, New-York (1950).

[71] F. K. Schmidt. — Mehrfach perfekte Körper. *Math. Ann.*, Vol. 108 (1933), pp. 457-472.

[72] I. R. Shafarevitch. — On the Normalizability of Topological Fields, C.R. (Doklady). *Acad. Sci. U.R.S.S.*, Vol. 29 (1940), pp. 83-84.

[73] —— On p-Extensions. *Rec. Math.* (Math. Sbornik) N.S., Vol. 20 (1947), pp. 351-363.

[74] O. Teichmüller. — Discret bewertete perfekte Körper mit unvollkommenen Restklassenkörpern. *J. reine ang. Math.*, Vol. 176 (1936), pp. 141-152.

[75] —— Über die Struktur discret bewerteter perfekten Körper. *Gött. Nach.*, N.F. 1, Vol. 1 (1936).

[76] B. L. Van der Waerden. — *Moderne Algebra*, Vol. 1 et 2, Berlin (1930 et 1931).

[77] B. L. VAN DER WAERDEN. Les valuations en géométrie algébrique. *Colloque d'Algèbre et de Théorie des Nombres*, Paris (1949), pp. 117-122.

[78] A. WEIL. — Sur la théorie du corps de classe. *J. Math. Soc. Japan*, Vol. 3 (1951), pp. 1-35.

[79] E. WITT. — Zyclische Körper und Algebren der Characteristik p vom Grad p^n. *J. reine ang. Math.*, Vol. 176 (1936).

[80] D. ZELINSKY. — Topological Characterisation of Fields with Valuations. *Bull. Amer. Math. Soc.*, Vol. 54 (1948), pp. 1145-1150.

LA GÉOMÉTRIE DES SOUS-VARIÉTÉS D'UN ESPACE EUCLIDIEN A PLUSIEURS DIMENSIONS [1]

PAR

Shiing-Shen CHERN (Chicago).

La géometrie des sous-variétés d'un espace euclidien de dimension quelconque contient naturellement comme cas particuliers l'étude des courbes et des surfaces de l'espace euclidien ordinaire. Cependant, malgré l'histoire très ancienne du sujet, nos renseignements dans le cas général sont assez maigres. Dans cette conférence je me propose de parler de quelques progrès qui ont été accomplis récemment.

I

1. — Soient E^{n+N} l'espace euclidien à $n+N$ dimensions et M une variété différentiable à n dimensions régulièrement plongée dans E^{n+N}. Cela signifie que tout point de M a un voisinage dans lequel la variété peut être définie en exprimant N coordonnées de E^{n+N} comme des fonctions des n autres coordonnées ayant des dérivées partielles continues d'un ordre assez

[1] Conférence faite à la séance de la Société mathématique suisse, tenue à Berne le 7 juin 1953.