

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 2 (1956)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: ALGÈBRE DES POLYNOMES
Kapitel: Premières définitions. Notations.
Autor: Zamansky, Marc
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-32901>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 08.11.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

ALGÈBRE DES POLYNOMES

PAR

Marc ZAMANSKY, Paris

INTRODUCTION

L'objet de cet article est de présenter les propriétés algébriques fondamentales des êtres qu'on appelle polynômes à une indéterminée ou improprement, polynômes à une variable.

On n'y trouvera que des résultats élémentaires bien connus (sauf peut-être celui qui concerne le lien entre les deux divisions) mais tout ce qui pourrait rappeler l'analyse a été banni de la présentation car la confusion de notations entraîne souvent chez les jeunes étudiants la confusion des concepts et des propriétés.

PREMIÈRES DÉFINITIONS. NOTATIONS.

Définition d'un polynôme

On appelle polynôme un ensemble ordonné d'une infinité dénombrable de nombres (réels ou complexes) tous nuls à partir d'un certain rang.

Nous représenterons au début un polynôme par $(a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, 0, 0, \dots)$. Les nombres a_k sont appelés *coefficients* et dans cette écriture l'entier k repère le rang d'ordre du coefficient (a_k est le $(k + 1)^{\text{e}}$ coefficient).

Nous désignons aussi un polynôme par une seule lettre et écrirons :

$$A = (a_0, a_1, \dots, a_n, 0, 0, \dots) .$$

Egalité de deux polynômes

Deux polynômes $A = (a_0, a_1, \dots, a_n, 0, 0, \dots)$ et $B = (b_0, b_1, \dots, b_m, 0, \dots)$ seront dits égaux si quel que soit k : $a_k = b_k$, ($k \geq 0$). Cette définition entraîne qu'à partir du même rang a_k et b_k sont nuls.

On écrira $A = B$, le symbole $=$ pouvant alors être employé de nouveau.

LOIS ALGÈBRIQUES SUR L'ENSEMBLE DES POLYNOMES

Lois internes

Les conventions suivantes construisent des polynômes à partir de polynômes; elles définissent ce qu'on appelle des *lois internes*. Ce seront l'*addition* et la *multiplication*. Leur définition entraîne des propriétés qui feront de l'ensemble des polynômes muni de ces deux lois, un *anneau commutatif unitaire*.

1° *Addition.*

Soit $A = (a_0, a_1, \dots)$, $B = (b_0, b_1, \dots)$, deux polynômes. Par définition le polynôme $(a_0 + b_0, a_1 + b_1, \dots, a_k + b_k, \dots)$ est appelé *somme* de A et B et on écrit:

$$A + B = (a_0 + b_0, a_1 + b_1, \dots, a_k + b_k, \dots).$$

Les propriétés des nombres complexes montrent que cette addition est *associative*, c'est-à-dire que $(A + B) + C = A + (B + C)$ et *commutative*, c'est-à-dire que $A + B = B + A$, quels que soient A, B, C .

Désignons par Θ le polynôme dont tous les coefficients sont nuls: $a_k = 0$ pour $k = 0, 1, 2, \dots$. On a alors quel que soit le polynôme A :

$$A + \Theta = \Theta + A = A$$

Θ est donc l'*élément neutre* pour l'addition.

Désignons par $(-A)$ le polynôme $(-a_0, -a_1, \dots, -a_k, \dots)$. On a alors: $A + (-A) = \Theta$. Donc tout polynôme A a un *symétrique* $(-A)$ pour l'addition.