

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 2 (1956)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** ALGÈBRE DES POLYNOMES  
**Kapitel:** Relations entre les deux divisions  
**Autor:** Zamansky, Marc  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-32901>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 06.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## RELATIONS ENTRE LES DEUX DIVISIONS

Nous avons introduit la seconde division en écrivant l'égalité déduite de  $A = BQ + R$ ,  $\deg R < \deg B$ , pour les polynômes transposés :

$$\bar{A} = \bar{B}\bar{Q} + e_{n-r}\bar{R}$$

où  $n = \deg A$ ,  $r = \deg R$ .

Il est évident que dans ce cas les coefficients de  $\bar{Q}$  et  $\bar{R}$  dans la division suivant les puissances croissantes sont les mêmes que ceux de  $Q$  et  $R$ , écrits dans l'ordre inverse.

Nous montrerons maintenant qu'on obtient la même propriété en partant de la division suivant les puissances croissantes.

Soit  $A = BQ + e_{k+1}R$  avec  $\nu(B) = 0$ ,  $\deg Q \leq k$ .

Posons  $\deg A = n$ ,  $\deg B = p$ ,  $\deg Q = q \leq k$ . Comme  $\nu(B) = 0$ , on a :  $\deg \bar{B} = \deg B = p$ . Écrivons  $\bar{R} = \overline{A - BQ}$  et distinguons les quatre cas possibles suivants :

1<sup>er</sup> cas. Si  $\deg A > \deg BQ$ , on a :  $\bar{A} - e_{n-p-q}\bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$ .

2<sup>e</sup> cas. Si  $\deg A = \deg BQ$  et  $\deg(A - BQ) = \deg A$ , on a :  
 $\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$ .

3<sup>e</sup> cas. Si  $\deg A = \deg BQ$  et si  $m = \deg(A - BQ) < \deg A$ ,  
on a  $\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = e_{n-m}\bar{R}$ .

4<sup>e</sup> cas. Si  $\deg A < \deg BQ$ , on a :  $e_{p+q-n}\bar{A} - \bar{B}\bar{Q} = \bar{R}$ .

Je dis que dans tous ces cas on a l'égalité d'une division euclidienne.

Remarquons qu'on a toujours  $\deg \bar{R} \leq \deg R = \deg(A - BQ) - k - 1 < \deg(A - BQ) - q$ .

Examinons les quatre cas :

1<sup>er</sup> cas. — On a  $\deg \bar{R} < \deg(A - BQ) - q = n - q = \deg(e_{n-p-q}\bar{B})$  puisque  $\deg \bar{B} = p$ .

Donc  $\bar{Q}$  et  $\bar{R}$  sont les quotient et reste de la division euclidienne de  $\bar{A}$  par  $e_{n-p-q}\bar{B}$ .

2<sup>e</sup> cas. — On a  $\deg \bar{R} < p + q - q = p = \deg \bar{B}$ .

Donc  $\bar{Q}$  et  $\bar{R}$  sont les quotient et reste de la division euclidienne de  $\bar{A}$  par  $\bar{B}$ .

3<sup>e</sup> cas. — On a  $\deg \bar{R} < m - q$ , donc  $\deg (e_{n-m} \bar{R}) < n - m + m - q = n - q = \deg B = \deg \bar{B}$ .

Donc  $\bar{Q}$  et  $e_{n-m} \bar{R}$  sont les quotient et reste de la division euclidienne de  $\bar{A}$  par  $\bar{B}$ .

4<sup>e</sup> cas. — On a  $\deg \bar{R} < p + q - q = p = \deg \bar{B}$ . Donc  $\bar{Q}$  et  $\bar{R}$  sont les quotient et reste de la division euclidienne de  $e_{p+q-n} \bar{A}$  par  $\bar{B}$ .

### *Conclusion*

Dans tous les cas on peut obtenir les coefficients des quotient  $Q$  et reste  $R$  de la division de  $A$  par  $B$  suivant les puissances croissantes à un ordre  $k$ , en effectuant la division euclidienne des transposés  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  de  $A$ ,  $B$  multipliés éventuellement par un  $e_h$  et en prenant les coefficients des transposés des quotient et reste de cette division euclidienne.

---