

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **3 (1957)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

vérifie alors aisément que tout point  $Q$  du plan différent de  $P_1$ , qui est à une distance égale à 1 de  $P_j$  est à une distance supérieure à 1 d'au moins l'un des trois points  $P_1, P_i, P_k$  et par suite n'appartient pas à l'ensemble. En supprimant  $P_j$  dans l'ensemble considéré on n'y supprime qu'un seul segment de longueur 1, d'où la récurrence.

De cette démonstration, il résulte encore que dans un ensemble de  $n$  points, de diamètre égal à 1, il y a toujours au moins un point  $P_1$  à une distance égale à 1 de deux autres points au plus,  $P_i$  et  $P_j$ . Le théorème de BORSUK qui est évident pour  $n = 3$  s'en déduit encore par récurrence sur  $n$ . Car on peut décomposer l'ensemble des  $n - 1$  points, obtenu par suppression de  $P_1$  en trois sous-ensembles de diamètre inférieur à 1. L'un d'entre eux ne contient ni  $P_i$  ni  $P_j$ ; en lui adjoignant  $P_1$ , il reste encore de diamètre inférieur à 1, et on obtient ainsi une décomposition de l'ensemble primitif.

**37.** Puisque les cercles de rayon 1 ont deux à deux des points communs, leurs centres forment un ensemble de diamètre au plus égal à 2. D'après **34** on peut le recouvrir par un hexagone de côté  $2/\sqrt{3}$ . Les milieux des côtés d'un triangle équilatéral inscrit dans cet hexagone forment un triangle équilatéral de côté égal à 1. Tout point de l'hexagone et, en particulier, tout centre d'un cercle de l'ensemble est à une distance au plus égale à 1 d'au moins l'un des sommets de ce triangle.

#### INDEX BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] ALTWEGG, M. Ein Satz über Mengen von Punkten mit ganzzahliger Entfernung. *Elemente der Math.*, 7, 56-58, 1952.
- [2] ANNING, N. H. and P. ERDÖS. Integral distances. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51, 598-600, 1945.
- [3] BALASUBRAMANIAN, N. A theorem on sets of points. *Proc. Nat. Inst. Sci. India*, 19, 839, 1953.
- [4] BERNHEIM, B. and Th. MOTZKIN. A criterium for divisibility of  $n$ -gons into  $k$ -gons. *Comment. Math. Helvetici*, 22, 93-102, 1949.
- [5] BORSUK, K. Drei Sätze über die  $n$ -dimensionale euklidische Sphäre. *Fundamenta Math.*, 20, 177-190, 1933.
- [6] DE BRUIJN, N. G. and P. ERDÖS. On a combinatorial problem. *Indagationes Math.*, 10, 421-423, 1948.

- [7] COXETER, H. S. M. A problem of collinear points. *Amer. Math. Monthly*, 55, 26-28, 1948.
- [8] DELACHET, A. *La géométrie contemporaine*. Paris 1950, 128 S.
- [9] DIRAC, G. A. Collinearity properties of sets of points. *Quart. J. Math. Oxford*, Ser. (2), 2, 221-227, 1951.
- [10] EGGLESTON, H. G. Covering a three-dimensional set with sets of smaller diameter. *J. London Math. Soc.*, 30, 11-24, 1955.
- [11] ERDÖS, P. Problem No. 4065. *Amer. Math. Monthly*, 51, 169-171, 1944.
- [12] ——— Integral distances. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 51, 996, 1945.
- [13] ——— On sets of distances of  $n$  points. *Amer. Math. Monthly*, 53, 248-250, 1946.
- [14] FEJES TÓTH, L. *Lagerungen in der Ebene, auf der Kugel und im Raum*. Berlin, Göttingen, Heidelberg 1953, 198 S.
- [15] GALE, D. On inscribing  $n$ -dimensional sets in a regular  $n$ -simplex. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 4, 222-225, 1953.
- [16] GUPTA, H. Non-concyclic sets of points. *Proc. Nat. Inst. Sci. India*, 19, 315-316, 1953.
- [17] GUSTIN, W. On the interior of the convex hull of an euclidean set. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 53, 299-301, 1947.
- [18] HADWIGER, H. Über die rationalen Hauptwinkel der Goniometrie. *Elemente der Math.*, 1, 98-100, 1946.
- [19] ——— Eulers Charakteristik und kombinatorische Geometrie. *J. reine angew. Math.*, 194, 101-110, 1955.
- [20] HANNER, O. and H. RÅDSTRÖM. A generalization of a theorem of Fenchel. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 2, 589-593, 1951.
- [21] HELLY, E. Über Mengen konvexer Körper mit gemeinschaftlichen Punkten. *Jber. Deutsch. Math. Verein.*, 32, 175-176, 1923.
- [22] HOPF, H. Über Zusammenhänge zwischen Topologie und Metrik im Rahmen der elementaren Geometrie. *Math. Phys. Semesterber.*, 3, 16-29, 1953.
- [23] ——— und E. PANNWITZ. Aufgabe Nr. 167. *Jahresber. Deutsch. Math. Verein.*, 43, 114 kursiv, 1934; 45, 33 kursiv, 1936.
- [24] HORN, A. Some generalizations of Helly's theorem on convex sets. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 55, 923-929, 1949.
- [25] HORN, A. and F. A. VALENTINE. Some properties of L-sets in the plane. *Duke Math. J.*, 16, 131-140, 1949.
- [26] JUNG, H. W. E. Über die kleinste Kugel, die eine räumliche Figur einschliesst. *J. reine angew. Math.*, 123, 241-257, 1901.
- [27] KARLIN, S. and L. S. SHAPLEY. Some applications of a theorem on convex functions. *Ann. Math. Princeton*, Ser. (2), 52, 148-153, 1950.
- [28] KELLY, L. M. Covering problems. *Nat. Math. Mag.*, 19, 123-130, 1944.
- [29] KIRCHBERGER, P. Über Tschebyscheffsche Annäherungsmethoden. *Math. Ann.*, 57, 509-540, 1903.
- [30] KLEE, V. L., jr. On certain intersection properties of convex sets. *Canadian J. Math.*, 3, 272-275, 1951.
- [31] ——— Brief an H. Hadwiger vom 20. Februar 1953.
- [32] ——— The critical set of a convex body. *Amer. J. of Math.*, 75, 178-188, 1953.

- [33] KLEE, V. L., jr. Brief an P. Vincensini vom 27. September 1954.
- [34] ——— Common secants for plane convex sets. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 5, 639-641, 1954.
- [35] KÖNIG, D. Über konvexe Körper. *Math. Z.*, 14, 208-210, 1922.
- [36] LEVI, F. W. On Helly's theorem and the axioms of convexity. *J. Indian. Math. Soc.*, 15, 65-76, 1951.
- [37] ——— Eine Ergänzung zum Hellyschen Satze. *Archiv der Math.*, 4, 222-224, 1953.
- [38] MOSER, L. On the different distances determined by  $n$  points. *Amer. Math. Monthly*, 59, 85-91, 1952.
- [39] MOTZKIN, Th. The lines and planes connecting the points of a finite set. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 70, 451-464, 1951.
- [40] MÜLLER, A. Auf einem Kreis liegende Punktmengen ganzzahliger Entfernungen. *Elemente der Math.*, 8, 37-38, 1953.
- [41] NAGY, B. Sz.-. Ein Satz über Parallelverschiebungen konvexer Körper. *Acta Scient. Math.*, 15, 169-177, 1954.
- [42] PÁL, J. Über ein elementares Variationsproblem. *Math.-fys. Medd., Danske Vid. Selsk.*, 3, 1920, 35 S.
- [43] PÓLYA, G. und G. SZEGÖ. *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*. Berlin 1925, Bd. 1, 338 S.; Bd. 2, 408 S.
- [44] RADEMACHER, H. and I. J. SCHOENBERG. Helly's theorems on convex domains and Tchebycheff's approximation problem. *Canadian J. Math.*, 2, 245-256, 1950.
- [45] ——— und O. TOEPLITZ. *Von Zahlen und Figuren*. Berlin 1930, 164 S
- [46] RADO, R. Theorems on the intersection of convex sets of points. *J. London Math. Soc.*, 27, 320-328, 1952.
- [47] ——— A theorem on sequences of convex sets. *Quart. J. Oxford*, Ser. (2), 3, 183-186, 1952.
- [48] RADON, J. Mengen konvexer Körper, die einen gemeinsamen Punkt enthalten. *Math. Ann.*, 83, 113-115, 1921.
- [49] ROBINSON, C. V. Spherical theorems of Helly's type and congruence indices of spherical caps. *Amer. J. of Math.*, 64, 260-272, 1942.
- [50] SANTALÓ, L. A. Un teorema sobre conjuntos de paralelepipedos de aristas paralelas. *Publ. Inst. Mat. Univ. Nac. Litoral*, 2, 49-60, 1940; 3, 202-210, 1942.
- [51] ——— Sobre pares de figuras convexas. *Gaz. Mat. Lisboa*, 12, 7-10, 1951; 14, 6, 1953.
- [52] SCHERRER, W. Die Einlagerung eines regulären Vielecks in ein Gitter. *Elemente der Math.*, 1, 97-98, 1946.
- [53] STEIGER, F. Zu einer Frage über Mengen von Punkten mit ganzzahliger Entfernung. *Elemente der Math.*, 8, 66-67, 1953.
- [54] STEINITZ, E. Bedingt konvergente Reihen und konvexe Systeme. *J. reine angew. Math.*, 143, 128-175, 1913; 144, 1-40, 1914; 146, 1-52, 1916.
- [55] SYLVESTER, J. J. Question No. 11851. *Educational Times*, 59, 98, 1893,
- [56] TREVISAN, G. Una condizione di allineamento per gli insiemi infiniti di punti del piano euclideo. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova*, 18, 258-261, 1949.

- [57] TROST, E. Bemerkung zu einem Satz über Mengen von Punkten mit ganzzahligen Entfernungen. *Elemente der Math.*, 6, 59-60, 1951.
- [58] VINCENSINI, P. Sur une extension d'un théorème de M. J. Radon sur les ensembles de corps convexes. *Bull. Soc. Math. France*, 67, 115-119, 1939.
- [59] — Les ensembles d'arcs d'un même cercle dans leurs relations avec les ensembles de corps connexes du plan euclidien. *Atti IV. Congr. Un. Mat. Ital.*, 2, 456-464, 1953.
- [60] — Sur certains ensembles d'arcs de cercle ou de calottes sphériques. *Bull. Sci. Math.*, (2), 77, 120-128, 1953.

*Reçu le 26 avril 1956.*

---