3. CONCLUDING REMARKS

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **4 (1958)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Then, at (0,1),

$$P_1 = p \sum_k c_k^2 \alpha_k \beta_k, \quad P_2 = p \sum_k c_k^2 \beta_k^2,$$

$$P = \sum_k c_k^2 (\alpha_k^2 + \beta_k^2).$$

Now, since $c_k \neq 0$ and the vectors $(\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, $(\beta_1, \ldots, \beta_n)$ are linearly independent, the vectors $(c_1 \alpha_1, \ldots, c_n \alpha_n)$ and $(c_1 \beta_1, \ldots, c_n\beta_n)$ are also linearly independent. Consequently, by Cauchy's inequality,

$$|P_1| < p \left(\sum_k c_k^2 \alpha_k^2\right)^{1/2} \left(\sum_k c_k^2 \beta_k^2\right)^{1/2},$$

the inequality being strict because of the linear independence. Consequently

$$P_1^2 < p P_2 \sum_k c_k^2 \alpha_k^2.$$

Then

$$P_1^2 + P_2^2 < p P_2 \sum_k c_k^2 \alpha_k^2 + p P_2 \sum c_k^2 \beta_k^2.$$

The right side here is exactly $p P_2 P$, and so the proof of (8) is complete. This finishes the proof of the lemma. We have already pointed out how the lemma leads to a proof of the theorem.

3. Concluding remarks

In conclusion, we point out that the results we have described were known to M. Riesz when he wrote his paper on convexity and bilinear forms.[1] He made a brief sketch of the arguments in support of the results. But the intended form of Riesz's argument has seemed obscure to some people, and the results themselves are apparently not much known outside the circle of those who are thoroughly familiar with Riesz's paper. Hence it has seemed to be worth while to emphasize the results and to put the details of the proof on record.

The University of California, Los Angeles.

---

[1] M. Riesz, *Sur les maxima des formes bilinéaires et sur les fonctionelles linéaires*, Acta Math. 49, 465-497 (1927).