

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 5 (1959)  
**Heft:** 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR QUELQUES PRINCIPES EXTRÉMAUX DE LA PHYSIQUE MATHÉMATIQUE  
**Autor:** Hersch, Joseph  
**Kapitel:** 6. Un passage Dirichlet Thomson, à l'aide des lignes de flux d'un champ vectoriel  $\vec{p}$  concurrent pour Thomson.  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-35495>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 11.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

6. UN PASSAGE DIRICHLET  $\longrightarrow$  THOMSON,  
à l'aide des lignes de flux d'un champ vectoriel  $\vec{p}$   
concurrent pour Thomson.

Partageons le domaine  $G$  en lanières  $G_j$  par des lignes de flux  $\kappa$  de  $\vec{p}$ , comme au § 4. 1; dans le principe de Dirichlet (§ 1. 1)

$$D(\varphi) = \text{Min}_{\varphi} D(\varphi), \varphi \text{ continue dans } G, \text{ lisse par morceaux} = \begin{cases} 0 \text{ sur } \Gamma_0, \\ 1 \text{ sur } \Gamma_1, \end{cases}$$

admettons maintenant à concurrence également les fonctions  $\tilde{\varphi}$  discontinues le long des coupures  $\kappa$ ; c'est-à-dire que nous exigeons seulement la continuité dans chaque lanière  $G_j$ : le minimum diminue évidemment et l'on a

$$D(\varphi) \geq \text{Min}_{\tilde{\varphi}} D(\tilde{\varphi}).$$

Soit  $\tilde{\varphi}_j$  la restriction de  $\tilde{\varphi}$  à  $G_j$ , et soit de nouveau  $\omega_j$  la solution du problème mixte dans  $G_j$ :  $\omega_j = 0$  sur  $\Gamma_{0j}$ ,  $\omega_j = 1$  sur  $\Gamma_{1j}$ ,  $\frac{\partial \omega_j}{\partial n} = 0$  sur les coupures  $\kappa$ .

$$\text{Min}_{\tilde{\varphi}} D(\tilde{\varphi}) = \sum_j \text{Min}_{\tilde{\varphi}_j} D(\tilde{\varphi}_j) = \sum_j D(\omega_j) = \oint_{\Gamma_1} \frac{\partial \omega}{\partial n} ds = D(\omega),$$

comme au § 4. 1; pour des lanières  $G_j$  de largeur infinitésimale, on retrouve, comme au § 4. 2, le principe de Thomson:

$$\frac{\left( \oint_{\Gamma_1} \vec{p} \cdot \vec{n} ds \right)^2}{\iint_G \vec{p}^2 dx dy} \leq D(\omega),$$

donc  $\leq D(\varphi)$  en vertu de ce qui précède.

7. UN PAS VERS UN PRINCIPE DE THOMSON  
POUR LA MEMBRANE VIBRANTE.

7. 1. Cherchons à réaliser, pour le problème de la membrane vibrante (§ 1. 2), un passage analogue à celui du § 6; à