

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 5 (1959)  
**Heft:** 2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE PASSANT PAR UN NOMBRE  
DONNÉ DE POINTS AUX COORDONNÉES ENTIÈRES  
**Autor:** Kulikowski, Thadée  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-35479>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 26.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

SUR L'EXISTENCE D'UNE SPHÈRE  
PASSANT PAR UN NOMBRE DONNÉ DE POINTS  
AUX COORDONNÉES ENTIÈRES

par Thadée KULIKOWSKI, Varsovie

(Reçu le 29 janvier 1958.)

Le but de cette Note est de démontrer ce

THÉORÈME: *m* étant un nombre naturel  $\geq 3$  et *n* un nombre naturel quelconque, il existe dans l'espace euclidien à *m* dimension une sphère  $\sum_{i=1}^m (x_i - a_i)^2 = r^2$  passant précisément par *n* points aux coordonnées entières  $x_1, x_2, \dots, x_m$ .

*Démonstration.* — Comme l'a démontré M. A. SCHINZEL dans la Note précédente, il existe pour le nombre naturel *n* donné des nombres rationnels  $a_1, a_2$  et *c* tels que l'équation

$$(x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 = c \quad (1)$$

a précisément *n* solutions en nombres entiers  $x_1$  et  $x_2$ .

Or, comme on sait, il existe des nombres irrationnels  $a_3, a_4, \dots, a_m$  tels que le nombre  $\sum_{i=3}^m c_i a_i$ , où  $c_i$  ( $i = 3, 4, \dots, m$ ) sont des nombres rationnels, est rationnel seulement si  $c_3 = \dots = c_m = 0$  (c'est-à-dire que les nombres  $a_3, a_4, \dots, a_m$  sont linéairement rationnellement indépendants). Je prouverai que la sphère

$$\sum_{i=1}^m (x_i - a_i)^2 = c + \sum_{i=3}^m a_i^2 \quad (2)$$

satisfait à notre théorème.

En effet, il résulte de l'équation (2) que

$$2 \sum_{i=3}^m a_i x_i = (x_1 - a_1)^2 + (x_2 - a_2)^2 + \sum_{i=3}^m x_i^2 - c = d.$$

Donc, si les nombres  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) sont entiers, le nombre  $d$  est rationnel et il résulte de la définition des nombres  $a_3, a_4, \dots, a_m$  que  $x_3 = x_4 = \dots = x_m = 0$ . L'équation (2) devient donc l'équation (1) qui, comme nous savons, a précisément  $n$  solutions en nombres entiers  $x_1, x_2$ . L'équation (2) a donc précisément  $n$  solutions en nombres entiers  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , c.q.f.d.