

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 5 (1959)  
**Heft:** 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** SUR QUELQUES PRINCIPES EXTRÉMAUX DE LA PHYSIQUE MATHÉMATIQUE  
**Kapitel:** 2. La conductibilité électrique d'une plaque homogène.  
**Autor:** Hersch, Joseph  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-35495>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

1. 2. *La vibration fondamentale d'une membrane.*

Dans un domaine  $G$  de contour  $\Gamma$ , nous cherchons un nombre positif  $\lambda_1$  et une fonction  $\varphi(x, y)$  deux fois continûment dérivable, tels que  $\Delta\varphi + \lambda_1\varphi = 0$  et  $\varphi > 0$  dans  $G$ ,  $\varphi = 0$  sur  $\Gamma$ .

$\sqrt{\lambda_1}$  est la fréquence fondamentale,  $\varphi$  la première fonction propre.

*Principe de Rayleigh:*

Soit  $\varphi(x, y)$  une fonction continue et lisse par morceaux dans  $G$ , qui s'annule sur  $\Gamma$ ; alors

$$\lambda_1 \leq R[\varphi] = \frac{D(\varphi)}{\iint_G \varphi^2 dx dy}.$$

*Existe-t-il un principe « du type Thomson » ?*

$$\lambda_1 \geq ?$$

2. LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE  
D'UNE PLAQUE HOMOGÈNE.

Considérons le domaine  $G$  (fig. 1) comme une plaque homogène de résistance spécifique  $\rho = 1$ , bordée par deux électrodes  $\Gamma_0$  et  $\Gamma_1$ ; appelons  $\varphi(x, y)$  le potentiel au point  $(x, y)$ ; on impose les potentiels 0 sur  $\Gamma_0$  et 1 sur  $\Gamma_1$  (différence de potentiel  $V = 1$ ). Comme  $\rho = 1$ , on a la densité de courant  $\vec{i} = \text{grad } \varphi$ ; la conservation de la charge s'exprime par  $0 = \text{div } \vec{i} = \Delta\varphi$ . On voit donc que le potentiel  $\varphi$  est la solution du problème de Dirichlet du § 1. 1.

Comme  $\rho = 1$  et  $V = 1$ , la chaleur de Joule dégagée par seconde est

$$J = \iint_G \vec{i}^2 dx dy = D(\varphi) = \oint_{\Gamma_1} \frac{\partial \varphi}{\partial n} ds = \oint_{\Gamma_1} \vec{i} \cdot \vec{n} ds = I,$$

où  $I$  désigne l'intensité totale et  $\vec{n}$  la normale extérieure.

La résistance totale est

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{I}.$$