Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 6 (1960)

Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: INTRODUCTION A LA THÉORIE DE LA RELATIVITÉ RESTREINTE

Autor: Quan, Pham Mau

Kapitel: 3. Le groupe de transformations de Lorentz.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-36343

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

L'espace et le temps sont relatifs à chaque repère lorentzien et diffèrent d'un repère à un autre. Leurs relations sont définies par les formules de transformations de Lorentz.

2. Le déplacement d'une onde lumineuse est telle que $ds^2 = 0$. Sa vitesse est donc invariante par changement de repère (c'est c).

Toute vitesse réelle est inférieure à celle de la lumière, donc telle que $ds^2 > 0$.

- 3. Le principe II entraîne que toute loi mécanique ou électromagnétique s'exprime par une équation invariante par changement de repère (ou indépendante du choix des coordonnées de V_4) et a fortiori invariante par les transformations du groupe de Lorentz. C'est ce qui conduit à l'expression tensorielle des grandeurs en relativité.
- 3. Le groupe de transformations de Lorentz.

Les transformations de Lorentz laissent invariante la forme quadratique fondamentale $dx_0^2 - dx_1^2 - dx_2^2 - dx_3^2$. On démontre qu'à une translation près, ce sont des transformations linéaires de matrice $a = (a_{\lambda a})$

$$x'_{\lambda} = \sum_{\alpha} a_{\lambda_{\alpha}} x_{\alpha}$$
 ou $x' = ax$

telles que

$${}^tx'\eta x' = {}^t(ax)\eta (ax) = {}^tx{}^ta\eta ax = {}^tx\eta x,$$

soit

$$(3.1) {}^t a \eta a = \eta,$$

où $\eta = (\eta_{\alpha\beta})$ est la matrice d'éléments $\eta_{00} = +1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$, $\eta_{\alpha\beta} = 0$ si $\alpha \neq \beta$.

Ces transformations forment le groupe dit général de Lorentz. En fait on se limite à des transformations propres qui conservent l'orientation du temps et l'orientation de l'espace: elles sont telles que

(3. 2)
$$a_{00} \ge 1$$
 et $\det a = +1$.

Elles forment le groupe propre de Lorentz sous-groupe du groupe général.

A toute transformation de coordonnées x_{α} correspond un changement de repère lorentzien qui leur est associé. On voit alors que par des rotations purement spatiales (\vec{e}_0 et \vec{e}'_0 restent fixes), on peut amener \vec{e}_1 et \vec{e}'_1 dans le 2-plan (\vec{e}_0 , \vec{e}'_0), \vec{e}_2 et \vec{e}_3 en \vec{e}'_2 et \vec{e}'_3 . Autrement dit, toute transformation propre de Lorentz peut être réalisée comme produit de transformations spatiales pures (ne portant que sur les x_i) et d'une transformation dite spéciale de Lorentz de la forme

$$x'_0 = a_{00} x_0 + a_{01} x_1$$
 $x'_1 = a_{10} x_0 + a_{11} x_1$
 $x'_2 = x_2$
 $x'_3 = x_3$.

En exprimant les conditions (3.1) et (3.2), on trouve

(3.3)
$$x'_{0} = x_{0} Ch\varphi - x_{1} Sh\varphi$$

$$x'_{1} = -x_{0} Sh\varphi + x_{1} Ch\varphi$$

$$x'_{2} = x_{2}$$

$$x'_{3} = x_{3}$$

 φ désignant un paramètre. Ces formules traduisent une rotation d'argument φ dans le plan hyperbolique (x_0, x_1) . La transformation inverse de (3. 3) s'en déduit immédiatement. On peut encore introduire le nombre $\beta = Th\varphi$ (—1 \leqslant $\beta \leqslant$ +1) et écrire ces transformations sous la forme devenue classique:

$$x'_{0} = \frac{x_{0} - \beta x_{1}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}} \qquad x_{0} = \frac{x'_{0} + \beta x'_{1}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}}$$

$$(3. 4) \qquad (a) \quad x'_{1} = \frac{-\beta x_{0} + x_{1}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}} \qquad (b) \quad x_{1} = \frac{\beta x'_{0} + x'_{1}}{\sqrt{1 - \beta^{2}}}$$

$$x'_{2} = x_{2} \qquad x_{2} = x'_{2}$$

$$x'_{3} = x_{3} \qquad x_{2} = x'_{2}$$