

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **7 (1961)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

proof which possibly goes more to the heart of the matter emerges from the point of view of Atiyah and Hirzebruch. They define the groups:

$$KU^i(X) = \pi[E^{-i}X; Z \times B_U] \quad i \leq 0$$

where  $\pi[A, B]$  denotes homotopy classes of maps. In this terminology the periodicity formula:  $\Omega^2(Z \times B_U) = Z \times B_U$  is expressed by:

$$KU^i(X) = KU^{i+2}(X) \quad i \leq -2.$$

Now Atiyah and Hirzebruch use this recurrence to define  $KU^i(X)$  for all integers  $i$ , and then show that the resulting functor  $X \rightarrow \{KU^i(X)\}$  satisfies all the axioms of a cohomology theory—except for the dimension axiom. Further they observe that the uniqueness theorem of Eilenberg-Steenrod can be generalized to yield a spectral sequence relating  $E_2 = H^*(X; KU^*(p))$  to  $KU^*(X)$ . (Here  $KU^i(p)$ —the  $KU$ —theory of a point—is  $Z$  if  $i$  is even and  $0$  otherwise.) This sequence immediately implies the proposition. (See [8].)

To return to our bundles  $\xi^m$  on  $P_n$ . By the proposition just discussed the restriction of  $\xi^m$  to  $P_{n-k}$  will be trivial if  $m \geq n - k$ . By trivializing this element on  $P_{n-k}$  we obtain bundles  $\xi^m$  on  $P_{n,k}$  which under the projection  $\pi: P_n \rightarrow P_{n,k}$  go over into  $\xi^m$ ,  $m \geq n - k$ . In particular,  $\pi^* ch(\xi^m) = (e^x - 1)^m$ . Thus in any case we obtain these criteria the  $S$ -reducibility of  $P_{n,k}$ :

$P_{n,k}$  is  $S$ -reducible only if the coefficient of  $x^{n-1}$  in  $(e^x - 1)^m$ ,  $m \geq n - k$ , is an integer.

This is the number theoretical condition from which Atiyah and Todd deduce theorem III. Their result is the best possible one obtainable from the test-space  $B_U$ , because one can show quite easily, with the spectral sequence alluded to earlier, that the elements  $1, \xi^m; n - 1 \geq m \geq n - k$ ; form a base of  $KU(P_{n,k})$ .

#### BIBLIOGRAPHY

- [1] ADAMS, J., On the nonexistence of elements of Hopf invariant one. *Ann. of Math.*, 72 (1960), 20-104.
- [2] ATIYAH, M., *Thom Complexes* (to be published).

- [3] ATIYAH, M., and F. HIRZEBRUCH, Riemann-Roch theorems for differentiable manifolds. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 65 (1959), 276-281.
- [4] ——— and J. TODD, On complex Stiefel Manifolds. *Proc. Camb. Phil. Soc.* (1960).
- [5] BOTT, R., The stable homotopy of the classical groups. *Ann. of Math.*, 70 (1959).
- [6] ——— Quelques remarques sur les théorèmes de périodicité. *Bull. Soc. Math. France* (1959), 293-310.
- [7] ——— and J. MILNOR, On the parallelizability of the spheres. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 64 (1958), 87-89.
- [8] ECKMANN, B., Gruppentheoretischer Beweis des Satzes von Hurwitz-Radon über die Komposition quadratischer Formen. *Comm. Math. Helv.*, 15 (1943), 358-366.
- [9] HIRZEBRUCH, F., A Riemann-Roch theorem for differentiable manifolds. *Séminaire Bourbaki* (1959), n° 177.
- [10] HURWITZ, A., Ueber die Komposition des quadratischen Formen. *Math. Ann.*, 88 (1923), 1-25.
- [11] ——— Ueber die Komposition quadratischer Formen von beliebig vielen Variabeln. *Nachr. Ges. d. Wiss. Göttingen* (1898), 309-316.
- [12] JAMES, I., The intrinsic join. *Proc. London Math. Soc.* (3), 8 (1958), 507-35.
- [13] ——— Cross sections of Stiefel manifolds. *Ibid.*, 536-47.
- [14] ——— Spaces associated with Stiefel Manifolds. *Ibid.* (3), 9 (1959), 115-40.
- [15] KERVAIRE, M., Nonparallelizability of the  $n$ -sphere for  $n > 7$ . *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* (1958), 283-283.
- [16] RADON, J., Lineare Scharen orthogonaler Matrizen. *Abh. Sem. Hamburg*, I (1923), 1-14.
- [17] SPANIER, E. and J. H. C. WHITEHEAD, Duality in homotopy theory. *Mathematica*, 2 (1955), 56-80.

Department of Mathematics  
Harvard University  
Cambridge, Mass. U.S.A.