Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 8 (1962)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: BIBLIOGRAPHIE DE L'ARITHMÉTIQUE
Autor: Chatelet, Albert
Kapitel: 7. Approximations diophantiennes
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-37965

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La loi de réciprocité quadratique de GAUSS lie ces 2 points de vue.

Mais les diviseurs p de x^2-q sont les mêmes que ceux de x^2-qy^2 (si ces diviseurs p sont sans facteurs carrés et premiers à q); cette dernière expression est un cas particulier d'une *forme quadratique binaire*

$$ax^2+bxy+cy^2.$$

L'étude des formes quadratiques binaires a été débutée par GAUSS et continuée par HERMITE. On appelle formes *équivalentes* celles qui représentent les mêmes nombres; elles peuvent être déduites les unes des autres par des substitutions unimodulaires. Dans chaque classe de formes équivalentes, on cherche des formes *réduites*. Ces problèmes sont liés, en analyse, à l'étude des fonctions fuchsiennes.

L'étude des formes quadratiques à 3, 4, ... variables a donné lieu à de nombreux travaux, mais pose encore des problèmes importants. L'étude des formes de degré supérieur est seulement ébauchée.

L'étude des formes quadratiques binaires a été partiellement abandonnée et remplacée par celle des corps quadratiques, grâce à la relation:

$$ax^2+bxy+cy^2 = (\alpha x+\beta y)(\alpha' x+\beta' y)$$

avec α, β nombres quadratiques.

Bibliographie: 15, 18, 21, 30, 34, 43.

7. APPROXIMATIONS DIOPHANTIENNES

Etant donné un nombre rationnel ou irrationnel, on peut chercher les fractions rationnelles à termes simples qui en diffèrent peu; c'est le problème des approximations diophantiennes.

La seule solution entièrement satisfaisante est celle des *fractions continues*. Il est remarquable qu'elle soit liée à la théorie des formes quadratiques binaires, du développement pé:iodique des irrationnelles du second degré et aux substitutions unimodulaires.

Ces théories ont été reprises et généralisées d'un point de vue géométrique très simple par MINKOWSKI. Cette méthode conduit à des *théorêmes d'existence* en théorie des nombres.

On peut rattacher à ces questions la démonstration de la *transcendance* des nombres e et π par HERMITE et LINDEMANN. SIEGEL a aussi démontré la transcendance d'autres nombres.

Bibliographie: 5, 6, 11, 15, 22, 23, 24, 29, 30, 31, 32, 38, 39, 40, 42.

8. LES NOMBRES PREMIERS

Les nombres premiers forment la base minimum permettant d'engendrer le groupe multiplicatif des entiers: $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots$ Ce fait a pour conséquence une propriété des séries:

$$\Pi \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}} \right) = \sum \frac{1}{n^s}$$

Cette série ne converge que pour $s > 1$; mais la série:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{p^s}} = 1 + \frac{1}{p^s} + \frac{1}{p^{2s}} + \ldots$$

converge pour $s \geqq 1$.

La divergence de la série $\Sigma \frac{1}{n^s}$ pour $s = 1$ a notamment pour conséquence l'existence d'une *infinité de nombres premiers*. L'étude de cette série, appelée $\zeta(s)$, a fourni plus généralement des renseignements sur la répartition des nombres premiers. On peut y rattacher les études sur les séries de DIRICHLET, les études de HADAMARD sur les fonctions entières, notamment la définition du genre et les études de la VALLÉE POUSSION.

La méthode précédente pour démontrer l'existence d'une infinité de nombres premiers peut être généralisée. Par exemple, en désignant par p les nombres premiers égaux à la somme de 1