

UEBER UNENDLICHE REIHEN IM MITTELALTER

Autor(en): **Busard, H. L. L.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **8 (1962)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-37969>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

UEBER UNENDLICHE REIHEN IM MITTELALTER ¹⁾

von H. L. L. BUSARD

In der westlichen Kulturwelt findet man das erste Beispiel für die Summierung unendlicher Reihen in der griechischen Mathematik. Wie man dabei verfährt, werden wir am folgenden Beispiel erläutern. ARCHIMEDES (c. 287-212 v.Chr.) benutzt in der *Quadratura parabolae* ²⁾, Satz 17, die abnehmende geometrische Reihe mit dem Quotienten $1 : 4$, um zu zeigen, dass der Flächeninhalt eines Parabelsegments $\frac{4}{3}$ des eingezeichneten Dreiecks ABC ist (Fig. 1).

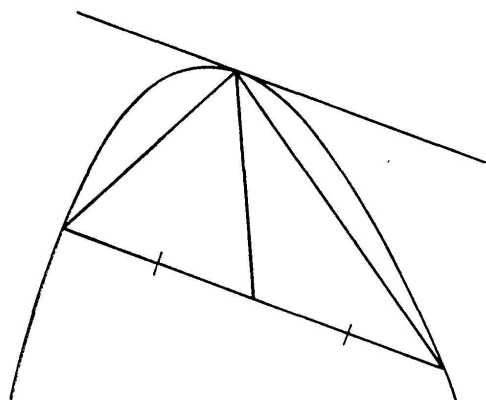


Fig. 1

Er verfährt dabei ungefähr folgendermassen ³⁾:

Gegeben sei eine (summierbare) Folge $a_1, a_2, \dots, a_k, \dots$ unendlich vieler positiver Grössen; ferner sei S_n die für jede natürliche Zahl n angebbare Summe der ersten n Glieder. Gibt es nun weitere positive Grössen $R_1, R_2, \dots, R_k, \dots$ (die wir Reste nennen) so, dass für jedes n

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n + R_n = K \quad (1)$$

¹⁾ Nach einem Vortrag, gehalten am 19.IX.1961 im Mathematikgeschichtlichen Kolloquium im Mathematischen Forschungsinstitut Oberwolfach/Schwarzwald.

²⁾ Siehe hierüber auch Carl B. BOYER: *The History of the Calculus and its Conceptual Development*. New York, 1949, S. 52-53; Nachdruck 1959.

³⁾ E. J. DIJKSTERHUIS: *Archimedes*. Kopenhagen 1956, S. 132-133. Siehe auch J. E. HOFMANN: *Das Problem der Parabel- und Hyperbelquadratur im Wandel der Zeiten*, in *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte* 3, S. 59/79 (1953), insbes. S. 64. Dort wird auch auf das entsprechende Beispiel in EUKLID, *Elem.* XII, 5 verwiesen.

ist und $R_n < a_n$ wird, dann ist $\Sigma = K$ die Summe der Glieder der unendlichen Folge.

Um dies zu zeigen, wird angenommen:

- a) $\Sigma > K$. Es gibt dann ein n , so dass $\Sigma - S_n < \Sigma - K$ oder $K < S_n$ ist, entgegen (1).
- b) $\Sigma < K$. Es gibt dann eine n , so dass $a_n < K - \Sigma$, oder wegen (1)

$$K - S_n < a_n < K - \Sigma,$$

also $\Sigma < S_n$, entgegen der Σ und S_n betreffenden Voraussetzung.

Bleibt nur, dass $\Sigma = K$ ist.

Es ist unwahrscheinlich, dass dieser Beweis einen positiven Beitrag zu der Kenntnis der Konvergenz einzelner unendlichen Reihen bei NICOLE ORESME (c. 1323-1382) und seinen Zeitgenossen geliefert hat, da deren Beweisführung ganz anders verläuft, wie sich aus dem Folgenden ergeben wird. Andererseits macht die Literatur des 14. Jahrhunderts, in der die Konvergenz unendlicher Reihen eine gewisse Rolle spielt, nicht den Eindruck, als ob man mit etwas Neuem zu tun habe. Da kein Werk bekannt ist, das diese Materie *ex professo* behandelt, müssen wir uns auf das Wenige beschränken, das uns beiläufig mitgeteilt wird.

Es ergibt sich, dass das Mittelalter zwei Methoden zur Bestimmung der Summe unendlicher Reihen verwendete: eine geometrische und eine algebraische. Was die erste Methode anbelangt, so ziehen besonders die Werke, in denen die Bestimmung der *quantitas velocitatis* oder *velocitas totalis* behandelt wird, die Aufmerksamkeit auf sich. So findet man zum Beispiel bei RICHARD SUISSET, dem Calculator, die Reihe ⁴⁾

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots = 2 \quad (2)$$

⁴⁾ Siehe für den Text und eine Beschreibung des von SUISSET angewendeten verbalen Verfahrens BOYER². S. 78.

Im Traktat *De Configurationibus*, pars III, cap. 8⁵⁾ gibt ORESME folgenden Beweis für die Reihensumme (2): Es sei eine *superficies quadrata* mit der Basis AB und einem Flächeninhalt von einem Fuss im Quadrat gegeben, und eine andere gleich grosse mit der Basis CD . Dieses zweite Quadrat werde *in infi-*

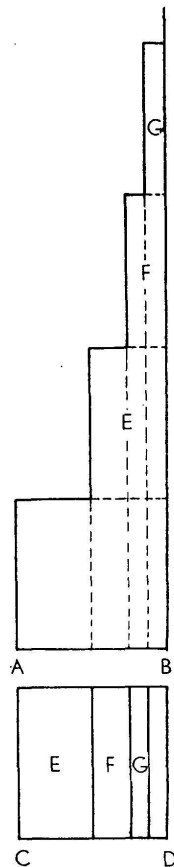


Fig. 2

nitum geteilt *per partes proportionales secundum proportionem duplam*, d.h. es werde in zwei Hälften geteilt, von denen die erste unberührt bleibt, die zweite halbiert wird, deren zweite Hälfte wieder usw. *in inf.*, kurz: das Quadrat werde zerlegt in eine Summe von Rechtecken, deren Höhe immer dieselbe ist, deren Basen aber die konvergierende unendliche Reihe $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$ bilden. Diese Rechtecke sollen der Reihe nach

⁵⁾ Siehe für den Text dieses Abschnittes M. CLAGETT: *The Science of Mechanics in the Middle Ages*. Madison 1959, S. 380-381.

mit E, F, G usw. bezeichnet und nacheinander über dem Rechteck AB in der durch Figur 2 angegebenen Weise aufeinandergestellt werden. Ferner stelle man sich die Basis AB in derselben Weise geteilt vor wie vorher CD . Dann steht über dem ersten Teil ein Rechteck von der Höhe 1 Fuss, über dem zweiten ein solches von der Höhe 2 Fuss usw. *in inf.*, und die ganze Summe ist doppelt so gross wie das ursprüngliche Rechteck AB oder viermal so gross wie das über dem ersten proportionalen Teil von AB .

Aus den Schlussworten des Kapitels ergibt sich dann klar, wie ORESME diese Ergebnisse in der Lehre von den *Configurations* interpretiert und anwendet⁶⁾: Wenn eine Bewegung im ersten proportionalen Teil einer Stunde mit einer gewissen Geschwindigkeit erfolgt, im zweiten mit der doppelten, im dritten mit der dreifachen usw., dann ist der in der Gesamtzeit zurückgelegte Weg viermal so gross wie der im ersten proportionalen Teil zurückgelegte Weg.

Im Kap. 10 dieses Traktats gibt ORESME folgende Reihe

$$2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2^2} + 4 \cdot \frac{1}{2^3} + 6 \cdot \frac{1}{2^4} + 8 \cdot \frac{1}{2^5} + 12 \cdot \frac{1}{2^6} + 16 \cdot \frac{1}{2^7} + 24 \cdot \frac{1}{2^8} + \dots$$

Diese Reihe finden wir ebenso wie die erste bei einem anderen Scholastiker namens ALVARUS THOMAS in dem 1509 gedruckten Werk *Liber de triplici motu*⁷⁾. Das Verfahren verläuft folgendermassen⁸⁾: die Linie AB soll im Verhältnis 2 geteilt und die Qualität soll in den einzelnen proportionalen Teilen abwechselnd so *uniform* und *uniformiter difform* sein, dass das Verhältnis der steigenden Intensitäten in den ungeraden Linienabschnitten ebenfalls 2 ist; in den dazwischenliegenden geraden Linienabschnitten soll die Intensität jedesmal gleichmässig von Stufe zu Stufe zunehmen.

⁶⁾ Siehe über die Bedeutung dieser Interpretation E. J. DIJKSTERHUIS: *Die Mechanisierung des Weltbildes*. Berlin 1956, S. 222 ff. und A. MAIER: *An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft*. Rom 1952, S. 338 ff. oder A. MAIER: *Zwischen Philosophie und Mechanik*. Rom 1958, S. 373 ff.

⁷⁾ H. WIELEITNER: *Zur Geschichte der unendlichen Reihen im christlichen Mittelalter*, in *Bibl. Math.* (3) 14, S. 150-168 (1913/14), insbes. S. 160.

⁸⁾ Siehe für den Text dieses Abschnittes H. WIELEITNER: *Über den Funktionsbegriff und die graphische Darstellung bei Oresme*, in *Bibl. Math.* (3) 14, S. 193-243 (1913/14), insbes. S. 234-235.

Zieht man zuerst die ungeraden Linienabschnitten in Betracht, so ergibt sich, dass jede folgende Qualität viermal so klein an Ausdehnung und zweimal so gross an Intensität ist

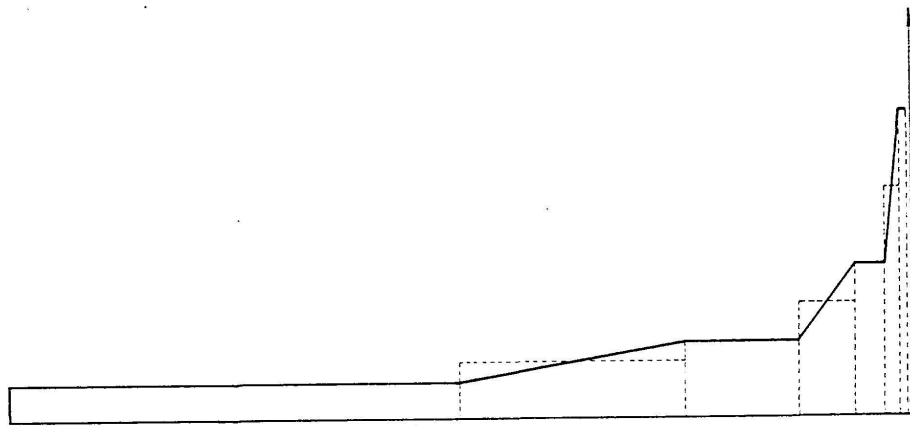


Fig. 3

wie die der vorhergehenden. Die vorhergehende Qualität ist also jedesmal das Doppelte der folgenden und die Gesamtqualität daher zweimal die des ersten Linienabschnittes, der als Eins angenommen wird.

Um die Qualitäten der geraden Linienabschnitte zu berechnen, geht ORESME folgendermassen vor: die Qualität des zweiten Teiles ist *uniformiter difform*, hat also dieselbe *quantitas* wie eine *uniforme*, die dasselbe oder ein gleiches Subjekt informiert und deren Intensitätsgrad dem Grad des Mittelpunktes entspricht⁹⁾. Da der Grad des Mittelpunktes der zweiten Qualität zu dem der ersten Qualität im Verhältnis 3 : 2 steht und die Ausdehnung der zweiten nur die Hälfte ist, steht die Qualität des zweiten Linienabschnittes zu der des ersten im Verhältnis 3 : 4, und dasselbe gilt auch für die Qualitäten des vierten und dritten Linienabschnittes, usw. Die Gesamtqualität der ungeraden Linienabschnitte ist also $\frac{4}{3}$ mal die der geraden Linienabschnitte, so dass das Verhältnis zwischen der Gesamtqualität und der des ersten Linienabschnittes 7 : 2 ist.

⁹⁾ Für die Geschwindigkeit gilt Entsprechendes: Die Wegstrecke, die ein Körper bei gleichförmig beschleunigter Bewegung in einer gewissen Zeit zurücklegt, ist gleich der Wegstrecke, die in derselben Zeit ein gleichförmig sich bewegender Körper zurücklegt, dessen Geschwindigkeit der halben Summe aus Anfangs- und Endgeschwindigkeit des ersten Körpers gleich ist.

Die algebraische Methode zur Bestimmung der Summe unendlicher Reihen legt ORESME dar in seinem zweiten mathematischen Traktat *Quaestiones super geometriam Euclidis*¹⁰⁾, *Quaestio* 1 und 2. Zu Anfang seiner Auseinandersetzung appelliert ORESME an folgende Aussage des CAMPANUS¹¹⁾: *magnitudo enim: decrescit in infinitum, in numeris autem: non sic*, und nicht ohne Grund; denn sein Beweis geht zurück auf die von ARISTOTELES¹²⁾ angestellte Betrachtung über die Teilung und Zufügung bis ins Unendliche¹³⁾. Es besteht aber zwischen beiden Betrachtungsweisen ein wirklicher Unterschied; denn die negative Einsicht des ARISTOTELES, dass eine Grösse bei Teilung bis ins Unendliche niemals erschöpft wird, ist bei ORESME ersetzt durch die positive, dass die Grösse dann beliebig gut approximiert werden kann.

Es handelt sich auch hier um eine geometrische Reihe mit dem Quotienten $1 : n$. Die Konklusion¹⁴⁾ lautet: Wird irgendeine Grösse a (zum Beispiel die Strecke AB in Figur 4) in unendlich viele Teile geteilt und verliert sie nach Subtraktion des ersten der Teile $\left[AP_1 = a \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]$ irgendein Verhältnis (zum

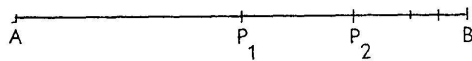


Fig. 4

Beispiel n) $\left[\text{d.h. wird sie in diesem Verhältnis } n \text{ kleiner} \left(P_1B = \frac{a}{n} \right) \right]$, und wird sie, sobald man den zweiten Teil $\left[P_1P_2 = \frac{a}{n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) \right]$ subtrahiert, wieder im Verhältnis n kleiner, usw., dann ist die Summe $a \left(1 - \frac{1}{n} \right) + \frac{a}{n} \left(1 - \frac{1}{n} \right) + \dots$ gleich a .

Dem Beweis werden die drei folgenden Voraussetzungen vorangestellt:

10) H. BUSARD: *Nicole Oresme, Quaestiones super geometriam Euclidis*. Leiden 1961, S. 1-6; 71-77.

11) Joh. CAMPANUS: *Euclidis Elementa*, ed. Erh. RATDOLT, Venedig 1482, fol. 4^r.

12) Am Anfang von *Quaest.* 2 zitiert er auch ARISTOTELES.

13) ARISTOTELES, *Physica* III, 6; 206 b 3-5; 7-13; 16-20.

14) Siehe für den Text H. BUSARD¹⁰⁾, S. 2.

a) Wenn ein Verhältnis ($a : b$) grösser als Eins bis ins Unendliche wächst, muss das « nachfolgende » Glied (b) gegen Null gehen, wenn das « vorhergehende » Glied (a) sich nicht ändert.

b) Wenn man einem Verhältnis grösser als Eins ein gleiches hinzufügt und der Summe wieder ein gleiches usw. *in inf.*, wächst das Verhältnis bis ins Unendliche.

c) Eine Grösse kann nach proportionalen Teilen im Verhältnis $1 : n$ sowohl wachsen wie auch abnehmen.

Beweis: Die Reste $\left(P_1B; P_2B; P_3B \text{ usw. oder } \frac{a}{n}; \frac{a}{n^2}; \frac{a}{n^3} \text{ usw.} \right)$

stehen in geometrischem Verhältnis, da jeder folgende Rest aus dem vorhergehenden durch Multiplikation mit $1/n$ entsteht. Das Verhältnis zwischen a und jedem folgenden Rest wird demzufolge immer n -mal grösser und darum wegen *b*) unendlich; a ändert sich nicht, also muss wegen *a*) der Rest gegen Null gehen, woraus sich ergibt, dass die ganze Grösse a subtrahiert ist.

In *Quaestio 2*¹⁵⁾ wird dann die Frage gestellt, ob eine unendliche Reihe, in der die Glieder *per partes minoris inaequalitatis* (d.h. in Verhältnissen kleiner als Eins) abnehmen, immer konvergiert. ORESME gibt, übrigens ohne Hinweis, folgende Regel, um die Summe einer geometrischen Reihe zu berechnen: Bestimme die Differenz der beiden ersten Glieder, d.h. die Differenz zwischen der gegebenen Grösse und seinem ersten Teil. Die Summe verhält sich dann zur gegebenen Grösse wie die *denominatio* der gegebenen Grösse zu der der Differenz; allgemein¹⁶⁾:

$$S : a = 1 : \left(1 - \frac{1}{n} \right).$$

¹⁵⁾ Siehe für den Text BUSARD¹⁰, S. 5: *Secunda conclusio...*

¹⁶⁾ Diese Regel findet sich auch bei Alvarus THOMAS, ferner bei François VIÈTE: *Variarum de rebus mathematicis responsorum liber octavus*, Tours 1593 = *Opera*, ed. Fr. VAN SCHOOTEN, Leiden 1646, S. 397-398, auch in Pierre DE FERMATS Aufsatz *De aequationum localium transmutatione et emendatione ad multimodam curvilinearum inter se vel rectilinearum comparationem, cui annectitur proportionis geometricae in quadrandis infinitis parabolis et hyperbolis usus*, Erstdruck in den *Opera varia*, ed. S. FERMAT, Toulouse 1679, S. 44-57 = *Œuvres I*, ed. P. TANNERY-Ch. HENRY, Paris 1891, S. 255-285, insbes. 255-256. Dieser erste Teil des Aufsatzes dürfte schon aus dem Jahr 1629 stammen und ist eines der frühesten Ergebnisse FERMATS.

In derselben *Quaestio*¹⁷⁾ zeigt ORESME auch, dass nicht jede bis ins Unendliche abnehmende Reihe eine endliche Summe hat.

Er betrachtet die harmonische Reihe $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$ und verfährt in folgender Weise: Man teile eine Stunde in unendlich viele proportionale Teile und nehme eine Grösse von einem Fuss. Wenn man nun in den aufeinander folgenden proportionalen Teilen der Stunde dem Fuss resp. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ Fuss usw. *in inf.* hinzufügt, wird die Summe unendlich.

Beweis: Es gibt unendlich viele Gruppen von Gliedern, deren Summe grösser ist als $\frac{1}{2}$. Zum Beispiel: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ist grösser als $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$ ist grösser als $\frac{1}{2}$; usw. *in inf.*

Wie zu sehen, wurde schon dreihundert Jahre vor dem Bologneser PIETRO MENGOLI (1626-1686) der Beweis für die Divergenz der harmonischen Reihe geliefert¹⁸⁾.

Besondere Aufmerksamkeit verdient auch die Endkonklusion der *Quaestio*¹⁹⁾: Wenn man nur die Tatsache beachtet, dass etwas zu der Grösse bis ins Unendliche hinzugefügt wird, muss man einräumen, dass eine solche Addition auf unendlich viele Weisen geschehen kann. Diese Auffassung ist aber nicht richtig, weil ja bei jeder Weise zu Addieren die Summe unendlich werden müsste, wie in dem Einwand behauptet worden ist. Aus der *Quaestio* ergibt sich sehr klar die richtige Einsicht, dass man nicht einfach von Addition sprechen kann, sondern dass man immer mitteilen muss, wie die Addition stattfinden soll. Hieraus ergibt sich, dass die Aussage von G. ENESTRÖM, dass im christlichen Mittelalter das unrichtige Konvergenzkriterium $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ aufgestellt worden sei, auf einem Irrtum beruht²⁰⁾.

17) Siehe für den Text BUSARD¹⁰, S. 5: *Tercia conclusio...*

18) Siehe G. ENESTRÖM: *Zur Geschichte der unendlichen Reihen um die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts*, in *Bibl. Math.* (3) 12, S. 135-148 (1911/12), ferner J. E. HOFMANN: *Die Entwicklungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672-1676)*, München 1949, S. 184, und J. E. HOFMANN: *Über Jakob Bernoullis Beiträge zur Infinitesimalmathematik*, Genève 1956, S. 64/65, Anm. 89, 91 und schliesslich J. KARAMATA: *Divergence de la série harmonique d'après Mengoli (1650)*, in *Enseignement math.* (2) 5, S. 86-88 (1959).

19) Siehe für den Text BUSARD¹⁰, S. 6: *Ad rationes in oppositum...*

20) G. ENESTRÖM verweist für seine Behauptung auf die Abhandlung *De proportione dyametri quadrati ad costam eiusdem*, die gewiss nicht unabhängig von den *Quaestiones super geometriam Euclidis* zustande gekommen ist. Vgl. *Bibl. Math.* (3) 7, S. 381-382 (1906/07).

Bevor wir uns der späteren Zeit zuwenden, möchte ich noch darauf hinweisen, dass auch die Hindus am Ende des 14. Jahrhunderts im Besitz der unendlichen geometrischen Reihen und anderer einfachen unendlichen Reihen waren und dass sie in der ersten Hälfte des 15. Jahrhunderts eine Reihe entdeckt haben, die jetzt als die *Leibniz-Reihe* bezeichnet wird ²¹).

Was nun die spätere Zeit anbetrifft, so sehen wir, dass erst der schon früher erwähnte ALVARUS THOMAS etwas Neues bringt. Wohl kann nachgewiesen werden, dass auch andere mit den unendlichen Reihen gearbeitet haben, aber ihre Kenntnis ging nicht über die des ORESME hinaus. Ich möchte zum Beispiel den sehr verbreiteten Traktat *A est unum calidum* nennen, dessen Autor ein Benediktiner mit Namen JOHANNES BODE gewesen zu sein scheint ²²); auch eine anonyme *Quaestio* in der Handschrift Erfurt Ampl. 4^o 325, fol. 53^r-54^v: *Utrum omnis qualitas in infinitum divisibilis existens in subiecto divisibili denominet ipsum infinite tale*. Der Verfasser bezieht sich auf die letzten Kapitel des Traktats des ORESME *De Configurationibus*, nämlich auf jenen Beweis, dass eine Qualität mit endlicher *quantitas qualitatis* ein unendliches Subjekt informieren kann ²³).

Auch wäre noch zu nennen der Kommentar zu HEYTESBURYS *De tribus praedicamentis* von BERNARDO Torni, einem Florentiner Arzt aus dem Ende des 15. Jahrhunderts, der Venedig i. J. 1494 erschienen ist. Auch hier handelt es sich wieder um jene konvergierenden unendlichen Reihen, die man im Traktat des ORESME *De Configurationibus*, Kapitel 8 und 9, antrifft ²⁴).

21) Siehe hierüber A. N. SINGH, *On the use of series in Hindu mathematics*, in *Osiris* 1, S. 606-629 (1936), auch J. E. HOFMANN, *Über eine altindische Berechnung von π und ihre allgemeine Bedeutung*, in *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte* 3, S. 193 bis 216 (1953). Über die Entdeckung dieser Reihe durch LEIBNIZ vgl. HOFMANN 18, S. 34-36, über die gleichwertige Reihe von J. GREGORY und ihre Entdeckung auch J. E. HOFMANN: *Studien zur Vorgeschichte des Prioritätstreites zwischen Leibniz und Newton um die Entdeckung der höheren Analysis I: Materialien zur ersten mathematischen Schaffensperiode Newtons (1665-1675)*, in den *Abhandlungen d. Preuss. Ak. d. Wiss.* 1943, *Math.-naturw. Kl. Nr. 2*, Berlin 1943; dortselbst auch eine eingehende Analyse der ersten Reihenstudien NEWTONS. Über LEIBNIZ' Integralmethode vgl. J. E. HOFMANN: *Über Leibnizens früheste Methode zur Reihenentwicklung*, in *Leopoldina* (3) 3, S. 67-52 (1957), über das Weiterwirken der LEIBNIZ-NEWTONSchen Methoden bei EULER J. E. HOFMANN: *Um Eulers erste Reihenstudien*. In: *Sammelband zu Ehren des 250. Geburtstags Leonhard Eulers*, ed. K. SCHRÖDER, Berlin 1959, S. 139-208.

22) A. MAIER, *An der Grenze* 6, S. 355.

23) A. MAIER, *An der Grenze*, S. 364.

24) A. MAIER, *An der Grenze*, S. 381.

Zum Schluss möchte ich noch den Genter Philosophen JOHANNES DULLAERT nennen, der am Kollegium zu Montaigne lehrte und in seinen *Quaestiones in libros phisicorum Aristotelis* (Paris 1506) Beispiele nach ORESME aufstellt, indem er als grundlegendes Verhältnis 4, 5 und 6 einführt ²⁵).

Mit Bezug auf ALVARUS THOMAS sei noch WIELEITNERS Aeusserung erwähnt: « Wenn nicht weitere Vorgänger aufgefunden werden, wäre also Thomas die Kombinierung dieser beiden Reihenarten (die geometrische und die Reihe 1, 2, 3, ...) zu verschiedenartigen Beispielen und die erste systematische Darstellung der ganzen Lehre zuzuerkennen. »

Für die Literatur über die Geschichte der unendlichen Reihen nach 1650 sei zum Schluss noch hingewiesen auf das für seine Zeit vortreffliche, jedoch heute veraltete Werk von R. REIFF: *Geschichte der unendlichen Reihen*. Tübingen 1889.

Herungerweg 123
Venlo
Nederland.

²⁵) H. WIELEITNER 7, S. 167.