5. QUELLES FIGURES GÉOMÉTRIQUES ?

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1963)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

de rectangles de toutes grandeurs et de toutes positions, constituent une excellente axiomatique du plan euclidien ?

b) *Les coniques.* — Bien avant 12 ans, l'élève connaît au moins trois types de coniques: les cercles, les couples de droites concourantes, les couples de droites parallèles. Certes, il ne voit pas qu'il s'agit là de trois membres d'une même famille, que l'on peut passer d'un type à l'autre par continuité. N'exagérons cependant pas la difficulté: l'ombre, la photo d'une circonférence transforment celle-ci en ellipse, parabole, branche d'hyperbole; l'analyse de la transformation conduit au cylindre, au cône, à leurs sections planes. Plus tard, le théorème de Pythagore et son expression trigonométrique feront percevoir de nouveaux liens entre cercle et ellipse, puis entre coniques et formes quadratiques. Les propriétés fondamentales d'intersection (droite et conique, deux coniques) mèneront aux points imaginaires, aux points à l'infini. La maturation de la circonférence mène ainsi inéluctablement vers le plan projectif complexe. La propriété fondamentale de détermination (cinq points déterminent, en général, une conique) conduit à la notion de condition linéaire et, si l'on veut, à son étude plus ou moins développée.

5. QUELLES FIGURES GÉOMÉTRIQUES ?

Pendant le premier cycle — 12 à 15 ans — les élèves doivent avoir toutes occasions de se familiariser avec un riche matériel géométrique, d'en acquérir une connaissance sensorielle multiple: visuelle, tactile, musculaire, rythmique.

Il me paraît important de veiller à ce que trois types de figures soient suffisamment représentés:

a) figures courantes: cube, rectangle, cylindre, ...

b) figures régulières: les élèves trouvent tout naturel de dire qu'une figure est plus ou moins régulière, expression qui pourra être précisée plus tard en disant que le groupe des automorphismes conservant cette figure est plus ou moins riche.

c) figures typiques: hélice, ruban de Mœbius, paraboloïde hyperbolique, tore, ...

A 15 ans, les élèves peuvent aisément et utilement « connaître » une trentaine de figures géométriques, étant entendu qu'il s'agit:

d'une capacité globale de reconnaissance,

de la possibilité de décrire la figure au moyen de mots, de gestes et de dessins,

de répondre intelligemment à des questions du genre: telles propriétés caractérisent-elles telles figures ?

Il importe que l'élève soit amené à classer les figures qu'il connaît, par exemple en « lignes » et « surfaces » ou en figures « simples » ou « composées ». Il convient aussi qu'il s'habitue également aux visions statique et génétique (cinématique) des figures.

J'ai noté, parmi les « figures » le plus rarement citées: la droite et le plan. Plus rarement encore: l'espace et le point.

Pendant la première année du deuxième cycle, 15-16 ans, j'estime que les élèves doivent étudier plus de figures géométriques qu'ils ne le faisaient selon l'enseignement « à la manière d'Euclide ». Ils doivent, en même temps, les mieux connaître, à la fois sur le plan sensoriel et sur le plan rationnel. C'est dans la mesure où le travail sera développé suivant chacun des deux plans que la distinction entre ces deux plans apparaîtra le mieux aux élèves. L'idée d'une « concurrence » entre les deux plans, d'un amenuisement de l'un permettant le « renforcement » de l'autre, est radicalement aberrante.

Le progrès que j'indique est rendu possible par suite de nombreux faits nouveaux parmi lesquels j'indiquerai:

a) de « nouvelles » figures s'imposent dans la vie courante, par exemple les paraboloïdes réglés en tant que voiles minces.

b) l'étude des figures se fait en utilisant de « nouveaux » outils, en particulier les nombres et les vecteurs.

c) l'enseignement tient mieux compte des résultats obtenus dans l'étude de la psychologie de l'enfant et de l'adolescent.

d) les progrès réalisés dans le domaine de la pédagogie de la mathématique sont de plus en plus reconnus.

e) les diverses figures (euclidiennes), tout en restant des êtres ayant leur vie spécifique, sont en même temps considérées comme restrictions d'un être unique, l'espace euclidien, dont la connaissance (sensorielle et rationnelle) éclaire profondément la compréhension des diverses figures définies dans cet espace.

6. QUELS ESPACES ? QUELLES GÉOMÉTRIES ?

Après la publication des travaux de Dubrovnik, je ne crois pas nécessaire de développer longuement ce point.

Les expériences que j'ai poursuivies, en Belgique, après Dubrovnik, me confirment dans l'opinion qu'il convient, lors du 2e cycle (15-18 ans), de mettre tout particulièrement en évidence les propriétés des espaces à trois dimensions euclidien, affin, vectoriel et R^3 ainsi que de leurs analogues à deux et à une dimension, le plus grand soin étant accordé à l'observation des relations multiples entre ces espaces, ainsi qu'à l'indication des liens nombreux entre ces espaces et le monde scientifique et technique.

En particulier, l'étude des espaces unidimensionnels (espace affin, espace vectoriel et R) conduira à la synthèse de la géométrie et de l'algèbre en une mathématique liée, dans son essence même, à la physique.

En conclusion, je proposerai un troisième énoncé de l'idée que j'ai présentée au début de cet exposé:

C. S'il est vrai que « l'espace » est une « figure géométrique », figure totale, figure parvenue à son extension complète, il est vrai également que toute figure — suffisamment harmonieuse — devient un espace, que le nombre des espaces devient infini.