DEUXIÈME SYMPOSIUM SUR L'HARMONISATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES UNIVERSITÉS D'EUROPE

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **9 (1963)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

DEUXIÈME SYMPOSIUM SUR L'HARMONISATION DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LES UNIVERSITÉS D'EUROPE

Düsseldorf, 23-25 mars 1962

Cette réunion avait pour but d'étudier la possibilité d'étendre aux « mathématiques appliquées » les projets d'harmonisation de l'enseignement des mathématiques établis à Paris, lors d'un premier colloque (3-5 octobre 1960) [1].

I. Niveau un (propédeutique)

Il est décidé qu'à un *premier niveau* (qui couvre à peu près deux années d'étude), *une même formation est souhaitable pour tous les futurs mathématiciens*, qu'ils se destinent aux mathématiques pures ou aux mathématiques appliquées. Cette décision de principe conduit à introduire des modifications au programme de base adopté à Paris pour le premier niveau.

Aux sept anciens numéros du programme, qui subissent quelques légers remaniements, sont adjoints trois nouveaux numéros:

- nº 8: analyse numérique (« numerische Analysis »);
- nº 9: cinématique et cinétique (ce numéro absorbe une partie de l'ancien numéro 7);
- nº 10: introduction au calcul des probabilités (une quinzaine de leçons de 60 minutes).

II. Niveau deux (mathématiques pures)

Rien n'est changé en ce qui concerne le programme de base minimum du deuxième niveau, *pour les mathématiques pures.* Seul l'ancien numéro 9 (algèbre linéaire) subit de légères modifications. Il est rappelé que ce programme de base peut être complété par des options, que l'on ne veut pas préciser.

III. Niveau deux (mathématiques appliquées)

Les participants du Colloque de Düsseldorf sont partis du principe que les Mathématiques appliquées s'orientent, en gros, dans trois grandes directions: — Analyse numérique et machines

---

[1]. Voir l'*Enseignement Mathématique*, vol. VIII, p. 179.

calculatrices; — Probabilités et statistique; — Mécanique et physique mathématique.

(Par « physique mathématique » on entend l'étude mathématique des théories physiques contemporaines.)

Sans chercher à proposer des programmes pour ces diverses disciplines, le Colloque a préféré proposer un *programme commun* qui semble utile en tout cas, quelle que soit l'orientation future de l'étudiant. Ce programme se situe *au niveau deux.* Il a été admis que ce programme, qui est plus chargé que le programme de même niveau (deux) pour les mathématiques pures, est un programme *souhaitable*, et qu'on ne prétend pas l'exiger intégralement de chaque étudiant.

Voici les nouveaux programmes adoptés [1]):

Premier niveau
(propédeutique)

8. *Analyse numérique*

Systèmes d'équations linéaires; méthodes d'élimination et méthode d'approximations successives. Optimation linéaire; approximation au sens de Tchebycheff et au sens de Gauss. Algorithmes simples pour le calcul des valeurs propres.

Polynômes et algorithmes de division, comme exemples simples d'algorithmes. Majoration et calcul de racines, méthode d'approximation de Newton, interpolation par les polynômes; fractions continues.

Procédés d'intégration numérique. Equations différentielles ordinaires: méthodes d'itération, méthode de Runge-Kutta pour des valeurs initiales. Méthode des différences pour des problèmes aux limites.

Travaux pratiques sur des machines.

9. *Cinématique et cinétique*

Equivalence des systèmes de vecteurs: torseurs.

Cinématique: Défin tion d'un mouvement par rapport à un repère. Compléments de cinématique du point. Exemples simples

[1]) Pour les programmes adoptés au premier symposium, voir l'article cité [1]).

de détermination de mouvements à partir de l'accélération et des conditions initiales (mouvements à accélération centrale).

Champ des vitesses d'un solide. Changement de repère: composition des vitesses et des accélérations.

Cinétique : Masse d'un système. Conservation de la masse. Centre d'inertie. Torseur des quantités de mouvement. Torseur des quautités d'accélération. Energie cinétique.

Cas du solide. Torseur d'inertie. Exemples simples de mouvements de solides.

10. *Introduction au calcul des probabilités*

Axiomes du calcul des probabilités. Quelques lois de probabilité à une dimension: loi binomiale, loi de Poisson, loi de Laplace-Gauss. Espérance mathématique d'une fonction; fonction génératrice des moments. Valeurs typiques. Lois de probabilité à deux dimensions. Méthode des moindres carrés, corrélation, régression.

Deuxième niveau
(Mathématiques appliquées)

20. *Compléments d'algèbre*

Groupes: sous-groupes, groupes-quotients, théorème d'homomorphisme. Exemples.

Bases d'un espace vectoriel (de dimension finie ou infinie). Dualité des espaces vectoriels de dimension finie. Matrice et valeurs propres (révision).

Produit tensoriel d'espaces vectoriels; algèbre tensorielle, contraction.

Formes quadratiques et hermitiennes: loi d'inertie; réduction simultanée de deux formes dont l'une est définie positive.

Groupe orthogonal, groupe unitaire.

21. *Fonctions analytiques d'une variable complexe*

Séries entières convergentes. Intégrale de Cauchy. Développements de Taylor et de Laurent. Théorème du maximum. Résidus.

Fonctions définies par des séries ou des produits infinis; exemples. Exemples de surfaces de Riemann. Représentation conforme.

22. *Compléments de calcul intégral*

Intégrale de Lebesgue-Stieltjes dans R^n pour les fonctions numériques: énoncé (sans démonstration) des théorèmes fondamentaux.

23. *Espaces fonctionnels*

Espaces métriques; limite, continuité. Espaces métriques complets.

Espaces vectoriels normés; espace de Banach. Exemples: norme de la convergence uniforme sur un espace vectoriel de fonctions numériques, normes diverses définies sur des espaces fonctionnels au moyen d'intégrales.

Théorème de Weierstrass (approximation par les polynômes).

Approximations successives pour une application strictement contractante. Application aux fonctions définies par des équations (fonctions implicites).

Espaces préhilbertiens et espaces hilbertiens: exemples. L'espace L^2 est complet.

24. *Equations intégrales*

Equation de Volterra.

Equation de Fredholm: cas d'un noyau continu, cas qui s'y ramènent. Cas d'un noyau hermitien.

Développement en série de fonctions orthogonales.

25. *Equations différentielles ordinaires*

Théorème d'existence et d'unicité dans le cas analytique complexe. Dépendance des paramètres. Systèmes différentiels linéaires. Théorème de Fuchs pour une équation linéaire du second ordre.

Théorème d'existence et d'unicité dans le cas réel. Dépendance des paramètres. Systèmes différentiels linéaires dans le domaine réel. Etude, sur quelques exemples, des solutions d'un système différentiel au voisinage d'un point singulier (col, nœud, foyer). Problèmes aux limites du type Sturm-Liouville.

26. *Equations aux dérivées partielles*

Une équation quasi-linéaire du premier ordre: problème de Cauchy, caractéristiques.

Définition des caractéristiques d'un système quasi-linéaire de deux équations du premier ordre à deux variables.

Equation de Pfaff complètement intégrable.

Equation du deuxième ordre: séparation des variables.

Equations du deuxième ordre à coefficients constants:

— Type elliptique: équation $\Delta\varphi = 0$; théorème de la moyenne; solution élémentaire, unicité pour les problèmes de Neumann et de Dirichlet; fonction de Green, formule de Poisson pour la sphère; intégrale d'énergie (Dirichlet). Equation $\Delta\varphi + k^2\varphi = 0$: la condition de radiation; réduction à une équation intégrale.

— Type hyperbolique: équation des ondes à 1, 3 et 2 variables d'espace; solution élémentaire; problème aux limites; formules de Poisson et de Kirchhoff. Méthode de descente. Intégrale d'énergie.

— Type parabolique: équation de la chaleur à une variable d'espace; solution élémentaire; problème aux limites.

27. *Calcul des variations*

Equations d'Euler-Lagrange pour les intégrales simples ou multiples.

Conditions aux limites naturelles. Multiplicateurs de Lagrange.

28. *Distributions, transformations de Fourier et de Laplace*

Définition des distributions sur R^n. Dérivation des distributions; exemples.

Transformations de Fourier et de Laplace: introduction à la théorie. Applications aux dérivées partielles.

Exemples de développements asymptotiques.

29. *Fonctions spéciales*

1) Fonction $\Gamma(z)$. Développements asymptotiques.

2) Un choix entre les fonctions suivantes : fonctions de Bessel-Hankel-Neumann; expression asymptotique, expression intégrale. fonctions de Legendre, de Legendre associées, fonctions harmoniques sphériques.

3) éventuellement, un choix parmi les fonctions suivantes: fonctions hypergéométriques; polynômes de Laguerre; polynômes d'Hermite; fonctions de Mathieu; fonctions elliptiques