

Bases concrètes des mathématiques

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **11 (1965)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **29.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

simple suite de définitions, théorèmes et démonstrations ne la donne qu'indirectement; une telle succession offre plutôt le spectacle d'une lutte pied à pied entre l'auteur qui affirme et le lecteur qui doute, ce dernier obligé de reculer pas à pas et, poussé dans son dernier retranchement, forcé de capituler.»

Vient maintenant la description de la méthode didactique, toute différente, d'Emile Borel. « Dans ses conférences, au contraire, comme dans ses travaux, c'est à ce qui est réellement fondamental qu'il s'attachait; il savait faire comprendre quels étaient les caractères essentiels des théories qu'il exposait, il savait faire admettre qu'il ne fallait pas se perdre dans des démonstrations accessoires, » Et d'autre part, « dans les ouvrages et aussi dans l'enseignement oral de M. Borel, nous avons reconnu la méthode d'exposition des grands mathématiciens français dont il continue la tradition... Souffrir sans dommage d'être exposée comme elle a été conçue, voilà un trait de la pensée d'un grand savant; Emile Borel nous en a fourni un exemple parfait ».

Un homme politique, feu Delbos, a su, à son tour, célébrer l'excellence didactique de Borel:

« Cette tendance, on l'aperçoit jusque dans ses œuvres les plus abstraites, on la reconnaît à cette lucidité qui éclaire le cœur même des problèmes, à sa façon de les réduire à l'essentiel, à cet équilibre souverain qui caractérise ses solutions et leur donne une valeur largement humaine... » Dans son ouvrage *Valeur pratique et philosophie des probabilités*, « apparaît, dans toute sa plénitude, cette union de l'intelligence et du bon sens qui règne sur toute son œuvre, cette force tranquille et cette simplicité qui sont les fruits de longues réflexions ».

BASES CONCRÈTES DES MATHÉMATIQUES

Le même commentateur a discerné la direction que Borel assignait aux Mathématiques. Dans ses œuvres, il voit « une tendance irrésistible et croissante vers le réel, vers le concret, une poussée intérieure qui a orienté Emile Borel vers la Physique mathématique, vers la Théorie des probabilités qui l'ont con-

duit dans un domaine où j'ai eu la joie de l'apprécier avec une moins grande incompétence, celui de l'action civique et politique».

Un autre commentateur précise ainsi cette tendance: « Les Mathématiques doivent avoir une base solide dans la nature concrète et dans la nature humaine: elles idéalisent des choses sensibles ou des faits psychologiques. Borel a toujours insisté sur la nécessité de ne pas perdre de vue le réel: vous savez combien il était attaché aux notions de constructivité, d'êtres accessibles au calcul; il ne refusait pas de s'intéresser à des notions qui perdent le contact avec le concret, mais exigeait qu'il en soit fait expressément mention... » « Il savait, dans les raisonnements les plus abstraits de l'Analyse, rappeler comment ces raisonnements expriment des réalités, comment, par suite, ils nous aident à comprendre la réalité physique. Comme le mathématicien, le physicien trouve dans son œuvre la réponse à bien des questions fondamentales. »

Comment mieux compléter ces analyses des tendances générales de Borel que par les quelques phrases suivantes où il les résume lui-même et, où en avançant dans ses recherches et ses réflexions, il leur donne plus de portée et plus de force.

Je dois, d'ailleurs, avouer que j'ai été tout d'abord, comme beaucoup de jeunes mathématiciens, séduit par les théories [abstraites] de Cantor; je ne le regrette pas, car c'est là une discipline qui assouplit singulièrement l'esprit. Mais j'ai toujours pensé que ces études abstraites ne devaient pas être une fin en soi, mais seulement un moyen.

La tendance générale de mes recherches et de mes ouvrages d'enseignement est la suivante: « Je tâche d'y montrer que les Mathématiques ne sont pas un jeu purement abstrait de l'esprit, mais sont, au contraire, en étroite connexion avec la réalité concrète».

C'est l'étude des phénomènes physiques qui suggéra les notions de continuité, de dérivée, d'intégrale, d'équation différentielle, de vecteur et de calcul vectoriel. Et ces notions, par un juste retour, font partie du bagage scientifique nécessaire à tout physicien; c'est à travers elles qu'il interprète les résultats de ses expériences. Il n'y a évidemment rien de mystérieux dans le fait que les théories mathématiques construites sur le modèle de certains phénomènes aient pu être développées et fournir le modèle d'autres phénomènes; ce fait est néanmoins digne de retenir notre attention car il comporte une

conséquence pratique importante: si de nouveaux phénomènes physiques suggèrent des modèles mathématiques nouveaux, les mathématiciens devront s'attacher à l'étude de ces modèles nouveaux et de leurs généralisations avec l'espoir légitime que les nouvelles théories mathématiques ainsi constituées se montreront fécondes en fournissant à leur tour aux physiciens des formes de pensée utiles. En d'autres termes, à l'évolution de la Physique doit correspondre une évolution des Mathématiques qui, sans abandonner bien entendu l'étude des théories classiques et éprouvées, doivent se développer en tenant compte des résultats de l'expérience.

C'est toujours au contact de la Nature que l'Analyse mathématique s'est renouvelée; ce n'est que grâce à ce contact permanent qu'elle a pu échapper au danger de devenir un pur symbolisme, tournant en rond sur lui-même.

On nous permettra d'ajouter que, bien après la publication de ces lignes mais bien avant que nous les ayons lues, nous avons soutenu plusieurs fois, un point de vue analogue (avec quelques compléments).

C'est ainsi que (pour montrer que les Mathématiques « ne sont pas un jeu purement abstrait de l'esprit » et que « les études abstraites ne devraient pas être une fin en soi »), nous avons cité l'exemple de la notion de « moment d'un vecteur ». Au lieu de sa définition classique, un mathématicien pourrait définir un moment différent, avec une autre direction et une autre intensité et il pourrait en étudier les propriétés. Mais ce serait bien un pur jeu de l'esprit, sans autre portée que de donner matière à des problèmes d'examens. Alors qu'au contraire, la notion classique de moment est le résultat d'une longue évolution, d'une patiente élaboration qui ont finalement permis d'obtenir ce merveilleux résultat: on peut remplacer tout système de forces appliquées à un corps solide par un système composé seulement d'une force et d'un couple.

En soutenant aussi avec Emile Borel que les notions mathématiques vraiment nouvelles et importantes sont suggérées par les problèmes que pose la Nature, nous avons admis cependant que d'autres notions ont été forgées artificiellement mais utilement par les mathématiciens pour harmoniser, généraliser, simplifier les résultats acquis. Il y a bien là *un* développement des mathématiques qui est autonome, mais c'est un développement

partiel en vue de simples commodités non absolument nécessaires.

D'ailleurs, Borel lui-même laisse entrevoir ce second aspect de l'élaboration mathématique, à la fin du passage suivant :

Je pense que ce court exposé de mes plus récents travaux de Calcul des Probabilités et de Physique mathématique aura mis en évidence l'esprit qui s'en dégage et qui apparaîtrait nettement à leur lecture : ne considérer jamais la science mathématique que comme l'auxiliaire de la physique ; faciliter la discussion des théories émises par les physiciens, mais n'empiéter jamais sur le domaine réservé à l'expérience, qui doit toujours décider en dernier ressort. C'est seulement en simplifiant l'exposition mathématique et la dégageant d'un appareil parfois superflu et inutilement encombrant que l'on facilitera la confrontation avec l'expérience, de théories qui sont souvent difficilement accessibles à un trop grand nombre de chercheurs de laboratoire.

Après avoir ainsi défini le but de la mathématique, Borel met en opposition la recherche des difficultés et celle de la simplicité.

C'est grâce à l'étude des théories physiques que l'on peut éviter certains des défauts que risque d'entraîner avec elle une tendance trop grande à l'abstraction ¹⁾ ; la joie intellectuelle que l'on a à vaincre un obstacle jusque-là insurmonté donne, en effet, la tentation de rechercher les difficultés pour le seul plaisir de les vaincre ; je crois avoir donné assez d'exemples de solutions difficiles, parfois vainement cherchées auparavant, pour pouvoir dire qu'à mon sens, ce n'est pas cette recherche de la difficulté qui est le but le plus élevé de la science mathématique, mais bien plutôt la simplicité des résultats et des méthodes ²⁾.

ÉLÉMENTS CALCULABLES OU EFFECTIVEMENT DÉFINIS

De plus en plus, dans les mathématiques modernes, on met en opposition les définitions constructives et les définitions descrip-

¹⁾ Il est pourtant certain que la tendance actuelle des mathématiciens est d'aller toujours vers une plus grande abstraction. Elle n'offre de danger que si — comme malheureusement cela arrive — elle élimine l'intuition et n'a d'autre but qu'elle-même. Ce sont là quelques-uns des défauts visés par Borel.

²⁾ M. Paul Lévy pourrait témoigner combien souvent dans nos conversations privées — qui m'ont si souvent été utiles — j'ai souligné la même thèse. J'y ajoutais qu'une chose m'enchantait particulièrement, c'est la solution simple d'un problème, *important en soi, mais qu'on n'avait pas songé à poser.*