2. Le branchement simple

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

ayant le branchement simple pour espaces des feuilles, résultat qui précise ici un théorème général de W. Kaplan [2].

Dans une dernière partie on restreint le groupe structural des fibrés au groupe des translations et au groupe des difféomorphismes de $\mathfrak{R}$. Dans ce cas-ci on obtient aussi un théorème de classification des fibrés différentiables séparés; par contre on ne peut plus en déduire une classification différentiable des feuilletages différentiables du plan.

2. Le branchement simple

Soient $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$ deux exemplaires de la droite réelle paramétrés respectivement par x_1 et x_2. Le branchement simple X est le quotient de la somme topologique $\Sigma = \mathfrak{R}_1 \cup \mathfrak{R}_2$ par la relation d'équivalence qui identifie les points x_1 et x_2 pour $x_1 = x_2 = x < 0$. On note π la projection de Σ sur X.

L'espace X est une variété topologique de dimension 1 non séparée. En effet $U_1 = \pi(\mathfrak{R}_1)$ et $U_2 = \pi(\mathfrak{R}_2)$ sont des ouverts de X, et les restrictions de π à $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$ définissent un atlas de X; on identifiera l'intersection $U = U_1 \cap U_2$ avec l'intervalle $]-\infty, 0[$ de $\mathfrak{R}$. Les points $o_1 \in U_1$ et $o_2 \in U_2$, images par π des origines de $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$, sont les points de branchement de X (points non séparés).

L'involution de Σ qui échange les deux exemplaires $\mathfrak{R}_1$ et $\mathfrak{R}_2$ définit une involution continue h de X qui échange les deux ouverts U_1 et U_2 en laissant fixes les points de U.

Plus généralement, un homéomorphisme f de X laisse U_1 et U_2 invariants ou les permute; le premier cas est caractérisé par $f(o_1) = o_1$ (ou $f(o_2) = o_2$), le second par $f(o_1) = o_2$ (ou $f(o_2) = o_1$). Dans tous les cas on a $f(U) = U$.

On peut enfin remarquer que le branchement simple est un espace contractile, donc acyclique.

3. Fibrés sur le branchement simple

Soit $\eta = (E, p, X)$ un fibré localement trivial de base X et de fibre $\mathfrak{R}$; tous les fibrés intervenant dans la suite étant de ce type, on dira simplement que η est un fibré sur X.

On peut considérer η comme un fibré à groupe structural au sens de Steenrod [3]; le groupe de structure est ici le groupe G des homéomor-