6. Spécialisation du groupe de structure

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **10.08.2024**

Mais η_1 et η_2 sont isomorphes dans G^+ et équivalents dans G; on a donc:

COROLLAIRE 2.

Tous les fibrés séparés sur X sont isomorphes pour le groupe G^+.

COROLLAIRE 3.

Tous les fibrés séparés sur X sont équivalents pour le groupe G.

On peut traduire ces corollaires dans la théorie des feuilletages du plan. Rappelons pour cela que deux structures feuilletées $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ du plan sont équivalentes pour un groupe Γ d'homéomorphismes du plan s'il existe un homéomorphisme f dans Γ qui transforme chaque feuille de $\mathscr{F}$ en une feuille de $\mathscr{F}'$; si $\mathscr{F}$ et $\mathscr{F}'$ sont orientées f doit de plus être compatible avec les orientations de ces feuilles. On a alors (comparer à [2]):

COROLLAIRE 4.

Tous les feuilletages (non orientés) du plan dont l'espace des feuilles est le branchement simple sont équivalents pour le groupe des homéomorphismes conservant l'orientation.

COROLLAIRE 5.

Pour le groupe des homéomorphismes conservant l'orientation, les feuilletages orientés du plan dont l'espace des feuilles est le branchement simple se répartissent en deux classes d'équivalence.

COROLLAIRE 6.

Tous les feuilletages orientés du plan dont l'espace des feuilles est le branchement simple sont équivalents pour le groupe des homéomorphismes.

6. SPÉCIALISATION DU GROUPE DE STRUCTURE

Les résultats précédents montrent que chaque fibré séparé sur X est équivalent dans G^+ à un fibré pour lequel le changement de carte prend ses valeurs dans le groupe T des translations de $\mathfrak{R}$. On peut donc se proposer d'étudier les fibrés localement triviaux de base X, de fibre $\mathfrak{R}$ et de groupe T; un changement de carte s'identifie alors à une application continue de $]-\infty, 0[$ dans $\mathfrak{R}$. Si α et β sont deux telles applications, les fibrés associés sont isomorphes dans T si et seulement si il existe un homéomorphisme f de

$]-\infty, 0]$ tel que $\alpha(x) - \beta(f(x))$ se prolonge à $\mathfrak{R}$; ils sont équivalents si $\alpha(x) - \beta(x)$ se prolonge à $\mathfrak{R}$. Par exemple les fibrés définis par $\alpha(x) = \frac{1}{x}$ et $\beta(x) = -\frac{1}{x^2}$ sont isomorphes, mais ne sont pas équivalents dans T; les fibrés définis par $\alpha(x) = \frac{1}{x}$ et $\beta(x) = \frac{1}{x} + \sin\frac{1}{x}$ ne sont pas isomorphes dans T (mais sont équivalents dans G^+).

On peut aussi réduire le groupe de structure au sous-groupe H des difféomorphismes de $\mathfrak{R}$ et au sous-groupe $H^+ = H \cap G^+$.

Si l'on suppose de plus que X est muni d'une structure différentiable, on peut aussi se restreindre aux applications f dans H (ou H^+) qui déterminent des applications différentiables du produit de la source de f par $\mathfrak{R}$ dans $\mathfrak{R}$. Avec cette restriction, on démontre, comme dans le cas continu, le même théorème de classification des fibrés différentiables séparés sur X.

Par contre on ne peut pas déduire de ce résultat une classification différentiable simple des feuilletages différentiables du plan. Il existe en effet des structures feuilletées différentiables du plan ayant le branchement simple pour espace des feuilles, et induisant sur X des structures différentiables non difféomorphes [1].

REFERENCES

[1] HAEFLIGER, A. et G. REEB, Variétés (non séparées) à une dimension et structures feuilletées du plan. *Ens. Math.*, 3, 1957, pp. 107-125.

[2] KAPLAN, W., Regular curve-families filling the plane. Part I: *Duke Math. J.*, 7, 1940, pp. 154-165; part II: *Duke Math. J.*, 8, 1941, pp. 11-46.

[3] STEENROD, N., *The topology of fibre-bundles.* Princeton University Press, 1951.

(Reçu le 1er décembre 1966)

Institut de Recherche mathématique avancée
Université de Strasbourg.