Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 12 (1966)

Heft: 4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: DÉVELOPPEMENT DE L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE DES ÉLÈVES ET RÔLE DES PROBLÈMES DANS CE DÉVELOPPEMENT

Autor: Krygowska, A. Z.

Kapitel: 3. Conceptions de l'activation mathématique des élèves

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-40750

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

3. Conceptions de l'activation mathématique des élèves

Les interprétations de « l'enseignement actif des mathématiques » sont très différenciées et l'analyse des rapports présentés par les sous-commissions nationales de la CIEM révèle que les mêmes termes ont souvent une signification différente. Les différences concernent avant tout *la relation de deux facteurs fondamentaux intervenant dans chaque enseignement : la transmission aux jeunes des connaissances, des expériences et des méthodes de la pensée élaborées par les adultes d'un côté et la découverte libre et la création libre faites par les élèves mêmes.* La clef de voûte de la conception pédagogique réside dans la réponse à la question: ces deux facteurs sont-ils essentiellement opposés ou, au contraire, sont-ils essentiellement liés en un seul processus?

Les opinions les plus extrêmes dans ce domaine sont présentées par certains fragments du rapport anglais [15], concentré d'ailleurs avant tout sur le développement de l'activité mathématique des élèves les plus jeunes.

Le rapport anglais souligne fortement les divergences qui opposent la pensée des adultes à la pensée des élèves, en constatant expressément: « Chaque adulte a ses habitudes dans les domaines de la pensée et de l'action qui sont devenues sa seconde nature. Il lui est très difficile d'avoir la conscience de cette longue voie qu'il a traversée dès sa naissance... Le professeur de mathématiques passe par l'étude conventionnelle et formelle des mathématiques. Il a tendance à penser que ses propres méthodes, son niveau, ses idées sont aussi appropriés à ses élèves. Beaucoup d'enfants n'acceptent pas les schémas de ce type, ce qui conduit aux insuccès, à la prostration, au désespoir. Et la conséquence, c'est le rejet complet des mathématiques » (voir [15, p. 20, 21]).

L'auteur cite un exemple de la manière de penser d'un enfant, typiquement étrangère à la pensée des adultes. Un garçon constate l'identité de l'aire de tous les parallélogrammes ayant des côtés de la même longueur, et « démontre » sa thèse en inclinant une fenêtre autour de son côté horizontal. La fenêtre-rectangle se transforme dans la perspective dans une fenêtre-parallélogramme; selon l'opinion du garçon, les côtés et l'aire restent invariables. L'auteur écrit: « Dans de pareilles situations, il est très rare que l'adulte pénètre à l'aide d'une recherche spécifique dans la manière de penser de l'enfant (et très rarement on donne à l'enfant l'occasion et on l'encourage à exprimer et à expliquer son point de vue) » [15, p. 22].

« Le point de vue de l'enfant est immédiatement rejeté par l'adulte pour deux raisons: *a)* l'enfant donne une réponse fausse; *b)* son point de vue ne s'accorde pas avec le point de vue de l'adulte » [15, p. 22]. L'auteur met en doute le droit des adultes à une telle attitude, en citant des thèses aujourd'hui évidemment fausses, qui ont été reconnues comme vérités absolues par les adultes des siècles antérieurs. En conséquence, il formule le postulat suivant: « L'essentiel dans l'initiation aux mathématiques créatrices, c'est d'assurer aux enfants leur développement naturel. Il ne faut pas que les enfants acceptent la conception imposée par le monde adulte, qui leur est étrangère (peut-être inaccessible à leur âge et à leurs aptitudes) » [15, p. 22].

Une condition *sine qua non* de la mise en œuvre de ce postulat dans la réalité scolaire est la connaissance de la pensée de l'élève à chaque étape de son développement. Cette connaissance ne peut être acquise — selon le rapport — que par l'observation continue et objective des réactions spontanées des élèves devant les problèmes, ce qui exige aussi la non-intervention du maître dans l'activité des enfants.

Certains fragments du dossier anglais sont consacrés à la notion même de l'activité mathématique de l'enfant et de l'élève, cette activité — selon l'opinion des auteurs — ne devant pas être à priori définie et limitée par les mathématiques des adultes. L'enfant veut et peut créer sa propre mathématique. La tâche du maître n'est que d'assurer une situation initiale, provoquant et délivrant l'activité de l'enfant, activité qui se développe dans la suite indépendamment, sans intervention directe de l'enseignant. Les auteurs pensent à une véritable création en constatant: « En vue de développer les sources les plus larges de l'intelligence humaine, il serait plus important de penser à la création des mathématiques qu'à leur découverte » [15, p. 18]. On pose la question: « Raconterons-nous donc à nos élèves les mathématiques et leur donnerons-nous des occasions d'activité mathématique répétée au cours du travail direct sur des exemples soigneusement choisis? Il serait injuste de considérer qu'il n'y a pas d'activité mathématique dans ce procédé... Mais il est vrai que l'expérience créatrice ne serait pas mise ainsi en évidence [15, p. 173]. On pose aussi l'accent plutôt sur le processus de la création que sur son effet. On écrit: « La valeur consiste dans l'activité créatrice et non dans ce qu'on a créé ». Et cela, malgré que l'auteur lui-même pose la question « dans quelles limites ce serait justifié » ? [15, p. 24]. L'esprit général de certains fragments du rapport suggère que ces limites devraient être assez vagues et à priori largement ouvertes.

L'activité mathématique primaire de l'enfant — selon l'opinion présentée dans le rapport anglais — n'est que la prise de conscience de « la même chose » dans des situations différentes, cette « même chose » dépendant du point de vue admis [1]).

L'enseignement au niveau inférieur devrait avoir le caractère de « incidental learning » [15, p. 51], dépendant de l'atmosphère du groupe, dans les situations naturelles, provoquant les activités spontanées de l'enfant. A ce niveau les problèmes doivent être résolus par les enfants apparemment sans effort, presque immédiatement. La gradation des difficultés et l'organisation progressive de ces recherches libres dans un système cohérent de la science, avec conservation du principe de « l'activité libre » et des « mathématiques propres » de l'élève, semble être le problème crucial de cette pédagogie originale, développée dans le rapport d'une manière très intéressante, et éclairée de points de vue individuels de nombreux auteurs. Le lecteur du rapport s'égare souvent dans la richesse des idées très instructives mais seulement esquissées. Ce qui lui manque, c'est la mise en évidence que cette suite d'activités créatrices de l'élève, délivrées seulement avec l'intervention minime du maître, peuvent aboutir finalement à la solution du problème cité dans le rapport: « Démontrez la convergence ou divergence des séries: « $\sum \frac{1}{r}, \sum \frac{1}{2r}$ » Le problème de ce passage — comme je l'ai dit, crucial pour cette pédagogie — semble être encore ouvert.

La conception de Martin Wagenschein [4] présentée dans le rapport allemand demande apparemment la même chose, c'est-à-dire la non-intervention possible du maître dans la recherche mathématique de l'élève. Mais l'analyse du compte-rendu des leçons décrites dans cet article révèle le contraire. Ce qui est important — selon cette conception — c'est le genre, le caractère de cette intervention.

L'auteur caractérise les étapes de cette intervention de la manière suivante:

1. La première tâche du maître, c'est le choix d'un problème, qui ne soit ni trop facile ni trop difficile, c'est-à-dire qui n'exige pas de connaissances trop larges d'une part, mais qui ne peut être résolu sans un effort intense de la

[1]) Evidemment les auteurs ont raison de dire que cette prise de conscience est le premier pas et le plus important dans la direction du monde abstrait des structures. Mais ce procédé n'est pas spécifiquement mathématique. La classification opérative des situations d'un point de vue imposé par le besoin matériel ou intellectuel particulier, c'est la genèse de la pensée abstraite en général; l'identification de ce processus avec la pensée mathématique efface les frontières délimitant les mathématiques des autres sciences.

pensée de l'élève. Ce qui est aussi important, c'est que les élèves aient la possibilité de résoudre le problème, en groupe, sans le dictat du maître.

2. Le maître assure les moyens nécessaires à la résolution du problème.

3. Le maître aide essentiellement la compréhension de la question par tous les élèves. Souvent il doit, à cette étape, beaucoup expliquer, beaucoup parler; mais le moment viendra, ou il commence, en principe, à se taire.

4. Néanmoins, dans la suite aussi son intervention sera nécessaire de temps en temps. Mais cette intervention ne consiste pas dans le fait qu'il précède le groupe des élèves; au contraire, il provoque des moments de réflexion, de synthèse, d'arrêt dans la croissance de la tension, pour préciser la situation: où sommes-nous? qu'est-ce que nous voulons?

La conception de Wagenschein oppose à l'éducation mathématique « encyclopédique » l'enseignement défini comme « Exemplarisches Lernen der Mathematik » c'est-à-dire l'enseignement basé sur l'étude multilatérale faite par les élèves avec la collaboration du maître — décrite ci-dessus — des problèmes peu nombreux mais méthodologiquement bien choisis. Au cours de cette étude les élèves doivent passer — selon l'auteur — par les étapes différentes d'une véritable recherche scientifique. L'accent est mis sur la prise de conscience par les élèves mêmes de la voie intellectuelle qui les a conduit à la solution. L'accent est mis aussi sur le travail en groupe, sur la discussion, sur la confrontation des résultats des travaux individuels.

« Exemplarisches Lernen » s'oppose aussi à la conception des mathématiques élémentaires conçues comme un édifice logiquement cohérent construit à priori sans lacunes. La synthèse des fragments étudiés profondément par les élèves devrait se réaliser — selon cette conception — plutôt à la base des méthodes de la pensée mathématique concentrée sur les questions locales, que sur la construction totale des matières.

Malheureusement cette conception pédagogique, évidemment originale, n'est illustrée que par des exemples trop traditionnels non seulement dans leur contenu mais aussi dans leur esprit. En discutant cette conception il nous faut discerner et isoler ces deux aspects.

Le rapport anglais ainsi que l'article de Wagenschein mettent l'accent sur le réveil de l'intérêt des élèves pour la recherche mathématique. Les auteurs anglais opposent au « désespoir en mathématiques » provoqué par le dictat de la pensée adulte, la joie trouvée par l'élève dans la création mathématique et les différents aspects affectifs positifs de la méthode active. On ressent même une obsession de la crainte du découragement de l'élève et

de son ennui; les mathématiques devraient se présenter dans cette conception aux jeunes adeptes comme un jeu intellectuel excitant et agréable.

Wagenschein au contraire ne cache pas les aspects durs de l'activité mathématique, caractérisé par la tension intellectuelle particulière, par un effort souvent très difficile, par la patience au cours des insuccès, par la compréhension de la nécessité des travaux auxiliaires souvent ennuyeux et rudes, etc.

La question se pose: est-il nécessaire et est-il possible à tous les enfants de trouver de la satisfaction au niveau de cette tension intellectuelle? D'autre part est-il possible d'enseigner aux enfants les mathématiques comme un jeu, toujours excitant, toujours agréable?

Nous trouvons presque dans chaque classe des élèves, qui ont le goût pour l'étude approfondie. Mais il y en a d'autres souvent ingénieux, mais souvent aussi intellectuellement légers, peu habiles dans les techniques mathématiques, qui s'intéressent uniquement aux thèmes nouveaux, saisis seulement superficiellement. Il y en a d'autres qui, au contraire, aiment répéter les mêmes exercices, résoudre des problèmes du même type, appliquer les mêmes schémas et les mêmes algorithmes, et qui exécutent ces travaux avec un intérêt, avec une passion, souvent incompréhensible pour le professeur. La maîtrise d'un instrument de pensée bien saisi, la possibilité de l'utiliser et de démontrer cette maîtrise non seulement aux autres mais à soi-même avant tout, peuvent être et sont, en réalité, pour beaucoup d'élèves la source d'une satisfaction et d'une joie profonde. Evidemment c'est une « activité passive » du point de vue de la pensée créatrice du mathématicien. Mais il n'est pas vrai que l'activité de ce genre apporte aux élèves seulement l'ennui et la haine des mathématiques.

Les mathématiques sont souvent rejetées par certains élèves, non à cause de l'ennui, mais à cause de cet effort intellectuel particulier, sans lequel une vraie activité mathématique n'existe même pas au niveau inférieur. Ce sont des faits qui ne doivent pas être passés sous silence dans notre étude.

L'activité mathématique de l'élève — aussi bien selon le rapport anglais que selon la conception de Wagenschein — devrait s'exprimer aussi dans sa réflexion à posteriori concernant le problème déjà résolu: jeter le regard en arrière, analyser les causes du succès ou de l'insuccès, comparer les résultats, revenir au même problème en vue d'améliorer la méthode de la solution, « prolonger » le problème dans un autre, « généraliser », „ spécifier ", etc.

Evidemment l'enfant et l'élève le plus jeune sont souvent inaptes à la revision et à la systématisation à posteriori de leurs activités mathématiques,

qui sont encore trop spontanées. L'attention de l'enfant est concentrée sur chaque manipulation, réelle ou pensée, séparément et sur l'effet de son travail. Mais à un moment approprié, on devrait commencer à organiser des situations favorables à cette réflexion à posteriori. En élaborant un schéma compte-rendu des opérations exécutées, l'élève découvre de même le schéma-type des opérations, appliquables aux situations analogues, et prend la conscience d'une stratégie effective, ou au contraire d'un procédé qu'on doit éviter. Nos observations prouvent qu'une des raisons des échecs des élèves moyens, malgré leur travail et leur bonne volonté, est justement le manque, souvent complet, des situations de ce genre organisées consciemment en classe par le maître, dans lesquelles on analyse la voie déjà parcourue du point de vue de la méthode et de la stratégie, et où l'on prend conscience des perspectives de nouveaux problèmes. Les remarques concernant cette question, dans chacun des deux travaux analysés jusqu'ici, sont de grande valeur pédagogique.

Je me suis arrêtée assez longuement à certains fragments du rapport anglais ainsi qu'à certaines idées de Martin Wagenschein, car j'y trouve deux conceptions originales, différentes évidemment, mais au même degré radicales, en comparaison des autres conceptions de l'activité mathématique de l'élève présentées dans la majorité des rapports, même dans les autres fragments du rapport anglais et dans le rapport synthétique allemand.

D'après ces conceptions les plus répandues, les mathématiques élémentaires sont conçues comme un système cohérent, construit selon certains critères scientifiques, pratiques et éducatifs, à la base des mathématiques d'aujourd'hui, et dont l'échafaudage est exprimé dans le programme scolaire. L'activité mathématique de l'élève serait — selon cette conception — définie à priori par ce fait historique et social: la mathématique a son étape contemporaine, science caractérisée par son contenu, par ses problèmes, par son langage, par ses méthodes de recherche, par ses relations avec les autres sciences et par le type de son rapport avec le réel.

George Polya écrit [12, p. 3]: « L'enseignement doit englober tous les aspects principaux de la pensée du mathématicien, dans la mesure accessible à l'école secondaire ». Florence Jacobson [8, p. 1] constate: « Ceux qui critiquent les programmes modernes visent comme but de l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire le « savoir-faire ». On postule que l'enseignement de la solution des problèmes développe ce « savoir-faire ». Mais, pour pouvoir résoudre les problèmes, l'élève doit apprendre les mathématiques ».

De quoi s'agit-il, de quelles mathématiques et de quelle « pensée du mathématicien »? Evidemment telles que nous les connaissons aujourd'hui; une des tâches de l'enseignement, c'est justement l'initiation de l'élève à certaines connaissances et à certains procédés de la pensée, définis par l'étape actuelle du développement historique des mathématiques et par les expériences intellectuelles des mathématiciens.

La transmission des expériences intellectuelles de génération en génération est évidemment la condition *sine qua non* du progrès culturel de l'humanité.

Mais transmettre et imposer ce sont des procédés extrêmement différents. La condition de cette transmission activant la pensée de l'élève, c'est la collaboration du maître et des élèves, aussi bien dans le développement de la théorie que dans son apprentissage. Le professeur prévoit une suite de problèmes par lesquels le sujet du programme est élaboré en classe, et éventuellement complété par le travail individuel à domicile. Ce projet préliminaire du maître devrait être très élastique suivant les réactions des élèves, donc susceptible de changements, mais aussi assez solide quant aux buts qui, selon le programme, devraient être atteints. La collaboration du maître et des élèves peut s'exprimer, en dehors des méthodes utilisées habituellement, par des exposés faits par des élèves et basés sur une lecture mathématique, par des lectures en groupe d'un texte mathématique, son analyse, son complément et développement actif, par l'exploration individuelle ou en groupe d'une situation — source des problèmes mathématiques, etc.

Je voudrais ajouter ici quelques remarques reflétant les questions discutées en Pologne, dont l'analyse nous a conduit à des conclusions souvent opposées à celles qui ont été exprimées dans certains autres rapports. Nous observons que beaucoup de nos étudiants moyens, pendant la première année de leurs études supérieures en mathématiques se heurtent à de grandes difficultés, provoquées par le changement brusque des méthodes d'enseignement. Il leur est extrêmement difficile de suivre activement un exposé du professeur, de prendre des notes, de comprendre le sens du texte verbal ou symbolique d'un livre ou d'une revue mathématiques. A l'école primaire et à l'école secondaire ils ont été habitués à des procédés demi-génétiques: par exemple les définitions ont été formulées le plus souvent après les observations et les expériences particulières, et de cette manière, la définition n'était qu'un compte-rendu verbal des notions précédemment saisies d'une manière intuitive. Quand il faut exécuter le travail inverse,

par exemple débrouiller les opérations nécessaires à la construction mentale d'un objet abstrait à partir d'une définition mathématique donnée à priori, beaucoup d'étudiants-débutants restent perplexes, ou se contentent d'une prise de conscience très superficielle qui, dans la suite de leurs études, s'avère comme incompréhension de la notion en jeu.

Nous savons tous que la lecture effective du texte mathématique exige un travail spécial, partiellement créateur, une étude basée sur la collaboration profonde avec l'auteur. Le texte n'est qu'échafaudage de ce travail. Le lecteur se rappelle les images et les intuitions sous-jacentes, dont les traces même ont été éliminées par l'auteur dans la rédaction verbale ou symbolique de ses idées. Il cherche des exemples et des contre-exemples, il complète les lacunes dans les raisonnements seulement esquissés par l'auteur. Souvent au contraire, une chaîne d'implications très détaillées, bien comprises, n'est pas saisie dans son ensemble. On cherche donc des idées directrices, on ressent le besoin d'un compte-rendu synthétique, etc.

Il n'est pas nécessaire de décrire ici ces expériences, bien connues de chacun qui a étudié les mathématiques. Mais il ne faut pas passer sous silence nos propres expériences quand nous discutons sur le développement de l'activité mathématique des élèves. Nos recherches et nos sondages dans les écoles secondaires révèlent des difficultés frappantes dans ce domaine (même s'il s'agit de la lecture du manuel mathématique scolaire), mais d'autre part prouvent que le travail des élèves sur le canevas du texte mathématique peut être organisé consciemment et méthodiquement comme recherche particulièrement instructive. Dans le rapport suédois [18] on constate: « Il est vraiment difficile pour les élèves d'apprendre les mathématiques à partir d'un manuel ». Le rapport norvégien [17] demande expressément: « Les manuels doivent être plutôt placés à l'ombre ». Nous apercevons ici au contraire un problème sérieux de la pédagogie des mathématiques qui ne devrait pas être à priori éludé, mais qui exige une solution raisonnable. Des recherches dans ce domaine se trouvent en cours par exemple en Pologne.

Evidemment, le « piochage verbal » du manuel devrait être absolument éliminé, mais il faut introduire l'élève consciemment dans la technique de l'utilisation active du livre mathématique, cette source principale d'information scientifique depuis l'invention de Gutenberg.

Dans le rapport anglais, M. Skemp écrit: « En général, le nouveau concept ne peut pas être transmis par une définition [15, p. 200]. Evidemment cela est vrai dans ce sens que cette transmission n'est pas directe,

qu'elle exige un travail actif de la pensée de celui qui essaie de saisir une notion à la base de la définition verbale. Et cette activité devrait justement être développée au même degré que l'activité inverse de définir précisément une notion élaborée par le processus de l'abstraction. Nos recherches en Pologne prouvent par exemple que la première réaction des élèves à l'âge de 14-15 ans à une définition verbale s'exprime souvent dans l'essai de saisir le sens immédiatement, sans effort intellectuel, sans analyse, et seulement par une « lecture contemplative » répétée plusieurs fois de la même manière. L'élève semble attendre une inspiration rapide, il ne sait pas ce qu'il lui faut faire pour comprendre. Découragé, il constate souvent: « Je ne comprends rien, c'est tout à fait embrouillé ». La lecture commune en classe, la transformation du texte dans la description d'une suite d'opérations conduisant à la construction d'un modèle de la structure définie, faite par les élèves mêmes avec l'aide patiente du maître, aide limitée à la méthode et à la technique de ce travail, change l'attitude passive du jeune lecteur. Le caractère opérationnel des mathématiques facilite ce passage de la contemplation passive et improductive du texte au travail conscient. L'élève s'étonne: « Je ne comprends pas pourquoi je n'ai pas compris ». Il apprend pas à pas, au cours d'expériences particulières, répétées de temps en temps dans des situations diverses, comment il lui faut attaquer le texte mathématique. Les travaux de ce type, inclus consciemment dans les autres activités, sont très instructifs. Par exemple les élèves ont trouvé une démonstration différente de celle qui a été donnée par l'auteur du manuel. On analyse le texte, on compare, on apprécie. Nous constatons que les exigences de l'élève concernant la précision surgissent au fur et à mesure de cet apprentissage.

Il commence à être conscient des faux pas, des lacunes de son manuel. Il devient pas à pas l'utilisateur critique de l'information mathématique; il devient aussi plus précis dans son expression verbale et symbolique, dans la transmission de ses idées. L'opposition antérieure, si pénible souvent, entre son langage naturel et son langage scientifique disparaît; ce langage scientifique élaboré et amélioré au cours des siècles par les adultes s'avère très commode, au lieu d'être « la camisole de force » imposée par la pédanterie bizarre du maître.

L'élimination complète des études basées sur l'exposé du maître ou sur la lecture du manuel mathématique, en tant que procédés dits « réceptifs » en opposition aux autres, dits « actifs », conduit — selon les expériences polonaises — à l'appauvrissement des genres d'activité de l'élève. C'est pourquoi l'instruction associée au nouveau programme de mathématiques

en Pologne accentue la nécessité de l'utilisation de méthodes diverses en vue de développer les mécanismes les plus divers de la pensée. L'enseignement des mathématiques pour tous les enfants, ainsi conçu, dépasse les buts de l'éducation mathématique même et devient un facteur essentiellement important de l'éducation générale.

Nous avons jusqu'à présent analysé le concept de l'activité mathématique de l'élève dans la lumière de la relation: transmission-découverte. Dans certains rapports on fait cette analyse à partir d'autres points de vue. Dans le rapport anglais, par exemple, G. Gilles discerne les activités mathématiques de trois types: création, intégration et consolidation, en demandant leur équilibre dans l'organisation pédagogique des activités des élèves. Dans le même rapport R. Skemp traite la question du point de vue de deux catégories psychologiques: l'assimilation d'un problème au schéma connu et l'adaptation créatrice du schéma à la situation nouvelle, qui ne peut pas être assimilée aux schémas connus. Le rapport allemand présente en détail, dans l'article de Hermann Athen [1], l'exemple de la programmation des étapes consécutives des activités mathématiques des élèves basée sur le contenu du « programme de Nuremberg ». L'activité des enfants au cours des quatre premières années de l'enseignement est dirigée vers les opérations fondamentales de la pensée dans le sens de la psychologie de l'intelligence de Piaget et organisée selon les idées de l'enseignement opératif de Aebli et de Fricke avec l'utilisation multilatérale des matériaux structurés. L'étape suivante (5e, 6e et 7e année d'enseignement) malgré son caractère inductif et malgré ses buts pragmatiques (calcul, faits géométriques) prépare les idées fondamentales de la méthode mathématique même au cours des exercices numériques. L'expérience géométrique est basée sur les modèles et sur les constructions classiques, avec la mise en relief des transformations et de l'interprétation ensembliste des faits géométriques. Le principe de « Exemplarisches Lernen » de Wagenschein — selon le rapport — peut et doit trouver à cette étape sa réalisation adéquate.

L'étape suivante (8e, 9e et 10e année d'enseignement) peut être caractérisée comme étape du complément systématique et de la mise en évidence des structures mathématiques sous-jacentes aux matières déjà partiellement connues et maintenant développées dans un esprit nouveau. On passe graduellement de l'organisation locale déductive, caractéristique pour l'étape précédente, à l'organisation plus globale. La dernière étape enfin (11e, 12e et 13e année d'enseignement) concentre l'activité des élèves sur l'approfondissement méthodologique et sur les applications des mathématiques.

Comme nous voyons, l'expression « l'activité mathématique de l'élève » peut être et est en réalité interprétée différemment dans un sens plus ou moins large ou plus ou moins vague. Elle peut être aussi analysée de points de vue très divers. L'essentiel reste néanmoins commun: la conviction exprimée dans tous les rapports que la tâche la plus importante de la pédagogie des mathématiques d'aujourd'hui c'est la concentration du processus de l'enseignement sur la participation consciente et créatrice de l'élève dans le sens le plus concret et le plus honnêtement interprété de ce terme, ce qui implique de même le développement continu et effectif de son activité mathématique multilatérale.

3. Conditions favorables ou défavorables au développement de l'activité mathématique de l'élève

Des réponses directes et plus détaillées à ces questions ont été données seulement par deux sous-commissions. Certaines remarques disséminées dans d'autres rapports ne complètent ces réponses que partiellement.

La première question concerne l'influence du contenu et de la construction du programme sur le développement de l'activité mathématique de l'élève.

En formulant ce problème dans mon questionnaire j'attendais une confrontation objective et concrète — faite de ce point de vue — des programmes modernes avec les programmes traditionnels. Malheureusement, cette question a été, dans la majorité des rapports, passée presque sous silence ou traitée très superficiellement.

Le rapport hongrois [16] constate que le contenu du programme n'a pas d'influence décisive sur le développement de l'activité mathématique des élèves. Ce qui est avant tout important — selon ce rapport — c'est la méthode. Le contenu traditionnel peut être et a été élaboré en classe d'une manière dogmatique ainsi que par des procédés activant la pensée mathématique des élèves.

Beaucoup d'exemples cités dans les rapports en tant qu'illustration des problèmes particulièrement favorables au développement de l'activité mathématique de l'élève, concernent justement des questions tout à fait traditionnelles.

D'autre part, les expériences récentes prouvent que, dans le programme moderne, le professeur trouve une base extrêmement riche pour l'activité