

# 4. Problèmes dans le contexte des programmes actuels

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **12 (1966)**

Heft 4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

heurte à une certaine difficulté, le suivant continue, si un élève a commis une faute, un autre le corrige et l'on avance vite, en glissant sur les questions plus profondes et plus fines. La leçon est agréable, la discussion vive. Tous sont contents. Le professeur, car il a fait une leçon brillante; les élèves, car tout a été si facile, si clair, qu'on n'a rien à apprendre et rien à exercer.

Et les résultats sont décevants. L'élève constate très vite avec étonnement un vide complet dans son esprit et dans sa mémoire. Il ne comprend déjà rien, il est découragé, il commence à haïr les mathématiques qui lui semblaient être si intéressantes auparavant.

Parmi les facteurs défavorables à l'enseignement actif liés à l'organisation scolaire, on souligne avant tout les classes surpeuplées. Selon le rapport allemand [1] l'effectif de la classe ne doit pas dépasser 20 élèves, si on veut réellement développer l'activité personnelle de l'élève. Evidemment, ce postulat est tout à fait irréel dans beaucoup de pays.

Le travail organisé en petits groupes s'avère être, selon des expériences nombreuses, très favorable au développement de l'activité mathématique des participants. On souligne aussi la grande valeur pédagogique résidant dans la variété de forme des travaux exécutés individuellement ou en groupes par les élèves, par exemple l'élaboration d'un thème plus large (« Jahresarbeiten » en Allemagne), les exposés des élèves en classe, présentant les résultats de leurs travaux ou le compte-rendu de leur lecture mathématique, les travaux organisés en corrélation avec les autres disciplines enseignées à l'école, etc. On met en évidence l'influence particulière des clubs mathématiques, des olympiades et des revues mathématiques, dont les lecteurs et les collaborateurs actifs sont les élèves eux-mêmes. L'organisation de l'activité des élèves est facilitée si l'école dispose d'un laboratoire bien équipé en livres et en matériaux concrets. Dans les pays où l'école secondaire de l'éducation générale est — comme par exemple en Pologne — unitaire, le rôle d'activer les élèves plus doués peut être accompli par les séminaires organisés dans le cadre de l'enseignement obligatoire en groupant les élèves selon leurs goûts et leurs intérêts personnels.

#### 4. PROBLÈMES DANS LE CONTEXTE DES PROGRAMMES ACTUELS

Tous les auteurs des rapports constatent que la solution des problèmes est la forme la plus efficace non seulement du développement de l'activité mathématique des élèves, mais aussi de l'apprentissage des connaissances,

des habiletés, des méthodes et des applications mathématiques. De plus — l'attitude de l'élève devant les mathématiques est conditionnée avant tout — comme le constate dans le rapport américain N. Fine — par les types des problèmes mathématiques auxquels il fait face en classe et dans son travail personnel. C'est pourquoi la méthodologie de la solution des problèmes mathématiques dans l'enseignement primaire et secondaire se trouve au centre même de l'intérêt pédagogique.

Ces questions ont été traitées très largement, surtout dans les rapports américain et anglais. Il serait impossible même d'esquisser ici tous les problèmes considérés par les collaborateurs très nombreux de ces rapports. Je vais donc, dans la suite, signaler seulement les idées principales et particulièrement les questions encore ouvertes.

La grande partie des travaux présentés dans les rapports est consacrée à l'essai d'une analyse du problème mathématique vu dans l'aspect de l'enseignement, analyse relative à la définition, aux objectifs, à la classification, aux critères « d'un bon problème », aux stratégies de la solution du problème, etc. Mais tout cela n'est pas encore cristallisé.

Les différentes considérations concernant la définition du problème mathématique peuvent être finalement résumées dans l'explication donnée par Philip S. Jones [9] dans le rapport américain: le problème mathématique, c'est la question mathématique à laquelle la réponse n'est pas immédiate et ne peut pas être obtenue par l'application directe des schémas connus.

Deux sortes de problèmes sont à distinguer. Dans le premier cas, la question est formulée avec précision, dans le second, elle n'est pas encore cristallisée. Ce second type est la base, la source, le stimulant de la construction des problèmes mathématiques. H.O. Pollak [11] dans le rapport des Etats-Unis souligne avec force que c'est justement ce type de question qui est essentiel pour l'activité mathématique; les applications des mathématiques consistent au fond dans la formulation d'une question mathématique surgissant d'une situation qui se situe en dehors des mathématiques. L'auteur postule l'utilisation la plus large des problèmes à formuler dans l'enseignement. Au lieu d'encourager les élèves: « Voici un problème, cherchez la solution », « voici un théorème, cherchez la démonstration », il faudrait plutôt souvent leur dire: « Voici une situation, pensez à elle ».

Ce postulat est exprimé aussi dans le rapport anglais, où l'on développe largement les aspects éducatifs des questions et des problèmes posés par les élèves eux-mêmes.

En résumé, parmi les considérations, très incohérentes d'ailleurs, disséminées dans tous les rapports sur le rôle des problèmes dans l'enseignement des mathématiques, on peut discerner des remarques concernant :

1. L'organisation du processus de l'enseignement, et
2. Les aspects psychologiques de la participation active de l'élève dans ce processus.

Cette division n'a de sens particulier que dans l'analyse théorique, mais elle facilite la présentation claire de la question.

Le problème et la situation-source des problèmes interviennent dans le processus de l'enseignement des mathématiques à toutes ses étapes, à savoir :

1. Introduction de nouvelles matières (notions, théorèmes, méthodes, algorithmes, schémas); ici la solution des problèmes formulés à priori ou ceux qui se sont manifestés au cours de l'analyse d'une situation peut conduire à la découverte et à la création, ou à la compréhension du contenu transmis à l'aide de cette solution;

2. Apprentissage, consolidation, habiletés, mémorisation, synthèses, etc. ;

3. Contrôle de la compréhension ainsi que du degré de maîtrise des notions, des théorèmes, des méthodes; on peut discerner ici un auto-contrôle continu, où le rôle des problèmes est particulièrement important, et le contrôle extérieur fait par le professeur, tous les deux conçus dans le sens profond, caractérisé de cette manière par František Wolff [14]: bien qu'un chapitre de la théorie ait déjà été élaboré à fond et que les nouvelles idées aient été introduites, ni le professeur ni l'élève ne peuvent être sûrs que tout a été correctement saisi, que tous les fils nouveaux ont été bien enlacés dans les connaissances antérieures. La preuve ne peut être faite autrement que par la résolution de problèmes.

Parmi les aspects psychologiques du rôle des problèmes mathématiques, on met en évidence d'un côté leur influence qui stimule l'activité mathématique des élèves, développe leur intérêt pour les mathématiques, et de l'autre celui qui développe leur conception des mathématiques en tant que science et son rapport avec la réalité; les facteurs effectifs, les valeurs éducatives ayant un caractère plus général comme par exemple la patience, l'exactitude, la technique du travail intellectuel, etc.

On s'efforce dans la suite d'esquisser les critères de la construction d'un « bon problème mathématique » et d'une « bonne collection des problèmes mathématiques », à partir des deux points de vue que je viens de mentionner.

J'ai dit « qu'on s'efforce », car cette recherche se trouve évidemment encore dans les langes.

On se concentre le plus souvent sur les critères d'un « bon problème d'introduction », l'analyse du « bon problème d'apprentissage » dans le sens le plus profond, ainsi que du « bon problème de contrôle » n'a été touchée que très superficiellement dans les rapports.

R.P. Dilworth [6] dans le dossier américain formule certains principes de la construction des bons problèmes vus dans l'aspect du processus de l'enseignement par exemple :

1. La compréhension de la notion qui doit être introduite par le problème donné est essentielle pour la solution ;

2. La notion ou la propriété envisagée sont mises en évidence par la recherche de la solution la plus simple ou la plus élégante ;

3. Les connaissances et les méthodes déjà connues sont appliquées dans des situations non habituelles ;

4. La solution du problème exige la généralisation des concepts et des opérations connues ;

5. La solution la plus rationnelle du problème exige l'élimination consciente des procédés stéréotypés et le choix de la voie nouvelle la plus directe ;

6. Le problème donne à l'élève l'occasion d'apercevoir un système de relations qui n'est pas fermé, et qui ouvre le chemin à une variété de conclusions non évidentes et non banales.

Concernant le rôle du problème dans le contrôle des acquisitions mathématiques des élèves, J. Brookes [15] dans le rapport anglais, postule l'introduction de problèmes non entièrement élaborés dans les questions d'examens. Cette proposition très intéressante évidemment, n'est pas facile à réaliser, mais néanmoins mérite d'être expérimentée.

En analysant du point de vue psychologique la question de l'activation de la pensée mathématique de l'élève, on souligne avant tout les caractères suivants d'un bon problème :

1. Il doit être intéressant pour l'élève et provoquer son désir d'effort et de recherche; il doit avoir un sens pour l'élève. Les opinions concernant l'interprétation de ce sens sont souvent totalement opposées. La majorité des auteurs soulignent la nécessité d'utiliser comme point de départ des situations réelles, familières aux élèves, ayant un sens pratique. D'un autre côté on constate que les enfants jusqu'à l'âge de 15 ans ne s'intéressent pas du tout aux problèmes pratiques et, qu'au contraire, le domaine de la fantaisie et des devinettes est ici le plus favorable à éveiller leur intérêt pour les mathématiques et motiver leur travail intellectuel. Il semble que cette opposition si frappante découle du fait que l'attitude des enfants dépend essentiellement des conditions extérieures sociales et culturelles, ainsi que de l'esprit général de l'éducation, qui n'est le même ni dans les divers pays, ni dans les divers groupes sociaux du même pays.

Le problème peut avoir aussi pour l'élève un sens lié aux mécanismes intérieurs des mathématiques mêmes; la recherche d'un schéma englobant les cas particuliers et éliminant les exceptions, la rationalisation et la simplification du procédé déjà connu, la recherche d'une issue pour une contradiction frappante, etc., sont accessibles pour les élèves mêmes très jeunes.

On observe le grand intérêt porté par beaucoup d'élèves justement à des procédés tout à fait abstraits et méthodologiques. La question concernant les types des problèmes qui éveillent l'intérêt particulier des élèves devrait donc être étudiée d'une manière objective. Les comptes rendus détaillés de leçons contenant la description des réactions des élèves comme celles par exemple qui ont été présentées par George Steiner dans le rapport allemand [2, 3] sont évidemment extrêmement instructifs au point de vue de cette recherche.

2. Le second caractère du bon problème considéré au point de vue de l'élève même, c'est l'adaptation des difficultés de la résolution à ses possibilités. L'élève doit non seulement vouloir mais aussi pouvoir résoudre le problème. Le découragement des enfants provoqué par des questions mathématiques trop difficiles est évidemment une des causes principales des échecs de notre enseignement, au même degré que le freinage de leur développement par des problèmes plats de routine et par le dilettantisme mathématique nocif basé sur des devinettes n'exigeant ni de connaissances solides ni d'habileté. En rapport avec cette question George Polya [12] accentue la nécessité d'un ordre psychologique dans la suite des problèmes dont les types particuliers sont mieux adaptés à certains niveaux qu'à d'autres.

Pour ma part, je voudrais mentionner un phénomène, souvent observé qui jette de la lumière sur les remarques de Polya. Voici l'exemple choisi parmi beaucoup d'autres analogues : l'élève âgé de 12 ans qui connaît déjà certaines démonstrations géométriques reste tout à fait passif devant le problème : démontrer que l'angle au centre est le double de l'angle inscrit correspondant. Il commence le travail immédiatement et le termine avec succès, quand on change la formulation : la mesure de l'angle inscrit étant calculer le mesure de l'angle au centre correspondant. La voie qui a conduit l'élève à une réponse correcte n'est que la démonstration qui a été demandée précédemment en vain. Le même phénomène a été observé dans d'autres situations chez certains élèves plus âgés : « calculez, trouvez » a été plus mobilisant que « démontrez », quoique le premier problème soit plus difficile, puisque sa solution exige la découverte du théorème ainsi que de sa démonstration.

La question de l'appréciation à priori des difficultés caractéristiques pour certains types de problèmes est extrêmement compliquée. Cette question est posée expressément dans le rapport anglais, où l'on propose même la recherche d'un genre de mesure qu'on pourrait utiliser dans ce domaine. Ces projets sont encore peu précisés. Le rapport anglais présente aussi des esquisses de classification de problèmes mathématiques faites de divers points de vue.

Malheureusement, la question très importante de l'enseignement des stratégies dans la résolution des problèmes n'a pas été suffisamment développée. Certains auteurs mettent même en doute la possibilité de cet enseignement. Mais, de l'autre côté, on souligne avec force la nécessité de recherches dans ce domaine, malgré toutes les difficultés fort bien connues qui concernent avant tout la méthode de cette recherche. L'analyse des mathématiques mêmes, la confrontation des solutions différentes des mêmes problèmes dans leur développement historique, l'auto-observation du professeur, l'aide des mathématiciens créateurs, d'un côté, et l'observation du travail spontané et dirigé des élèves de l'autre, peuvent apporter certains résultats utiles. L'enseignement des méthodes et des stratégies est — selon nos expériences — non seulement possible, mais absolument nécessaire. Les recherches en cours sous ma direction révèlent déjà des perspectives très intéressantes pour la méthodologie de l'enseignement. La popularité des livres de George Polya prouve que le besoin de cette aide est ressenti par les professeurs et par les élèves — malgré que les exemples qui y sont utilisés appartiennent au contenu traditionnel.

Le problème urgent, dont j'ai déjà eu l'occasion de parler, c'est l'élaboration de collections de problèmes adaptés aux programmes modernisés et avant tout à leur esprit.

Cette question se trouve, avant toutes les autres, au centre des considérations dans le rapport américain. On constate que les auteurs de manuels nouveaux se sont concentrés sur le développement des parties théoriques ; ils négligent l'élaboration de collections de problèmes de type nouveau, ayant la valeur pédagogique des collections traditionnelles. En conséquence l'élève qui ne peut pas utiliser les collections anciennes adaptées à un autre contenu et à un autre esprit reste sans cette aide si importante dans son travail personnel. C'est pourquoi — comme le constate Peter Lax, dans le rapport américain — « la solution des problèmes mathématiques par les élèves aux Etats-Unis est en déclin » [10, p. 2].

## 5. CONCLUSIONS

Les rapports des Sous-Commissions de la CIEM mettent en évidence que le problème pédagogique que nous étudions aujourd'hui est encore dans une large mesure ouvert et exige une recherche particulièrement profonde, qui ne pourra pas avoir lieu sans la collaboration des savants et des pédagogues.

Les objectifs les plus pressants de ce travail semblent être les suivants :

1<sup>o</sup> développement de la recherche fondamentale concernant la méthodologie de l'enseignement de la résolution des problèmes ;

2<sup>o</sup> construction de collections de problèmes adaptés aux programmes et à l'esprit nouveaux ;

3<sup>o</sup> élaboration des moyens et des formes de la préparation consciente des futurs maîtres à « l'enseignement par les problèmes » au cours de leurs études ;

4<sup>o</sup> recherche et expériences relatives à l'évaluation des progrès faits par les élèves en vue d'éliminer l'influence nocive de l'enseignement « pour les examens » paralysant la véritable activation de la pensée mathématique.