

I

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1967)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

JACQUES HADAMARD, SA VIE ET SON ŒUVRE CALCUL FONCTIONNEL ET QUESTIONS DIVERSES

par Paul LÉVY

I

Jacques Hadamard, qui devait devenir un des plus grands savants de sa génération, naquit à Versailles le 8 décembre 1865. Son père était professeur de latin au Lycée Louis-le-Grand; sa mère contribuait aux ressources du ménage en donnant des leçons de piano, et eut notamment Paul Dukas comme élève. Jacques était l'aîné de deux enfants. Il fit ses études au Lycée Louis-le-Grand, dont il fut un des plus brillants élèves, obtenant plusieurs prix de latin et de grec au Concours général. Il ne semblait pas d'abord destiné à la science. Dans l'allocution par laquelle, le 7 janvier 1936, il répondit à ses amis qui le félicitaient, avec un mois de retard, pour son soixante-dixième anniversaire, il raconte que dans les petites classes il ne réussissait pas à résoudre les problèmes d'arithmétique, et qu'ayant appris qu'on faisait des mathématiques à l'Ecole normale, section des sciences, il déclara à son père: « Oh ! alors, ce n'est pas là que j'irai ». Mais il rencontra bientôt Launay, « le maître qui devait lui faire entrevoir des horizons nouveaux », et, quand il fut bachelier, c'est avec regret que son père le vit se tourner vers les sciences. Sa vie de lycéen se termina par un double et brillant succès: il fut reçu premier à la fois à l'Ecole Polytechnique, et à l'Ecole normale, section des sciences. A la première de ces écoles, il avait obtenu un nombre de points qu'aucun candidat n'avait jamais atteint, ce qui prouve bien qu'il excellait dans toutes les matières sur lesquelles portait le concours. Il entra à l'Ecole normale, ce dont on ne saurait s'étonner.

Dans l'allocution déjà mentionnée, il parle avec émotion des maîtres qu'il y connut, et d'abord de Tannery: « Les jeunes gens d'aujourd'hui, dit-il, ne peuvent pas se douter de ce que fut pour notre génération la lumineuse figure de Jules Tannery...; pour nous, ce fut le guide scientifique, intellectuel, moral. » De l'enseignement d'Emile Picard, relatif à « la mécanique, notamment à l'hydrodynamique et aux tourbillons, mais aussi à plusieurs autres théories de physique mathématique et même de géométrie

infinitésimale », il dit : « Dans cet enseignement, le plus magistral, à mon avis, que j'aie entendu, où il n'y a pas un mot de trop et où aucun ne manque, où, tous les détails accessoires étant à la fois rigoureusement traités et remis à leur place, l'essentiel de la difficulté et du moyen employé pour en triompher apparaît en pleine lumière. » Il admirait aussi la clarté des leçons d'Hermite, de Darboux, d'Appell, de Goursat. Il mentionne encore l'influence qu'eut indirectement sur lui l'œuvre de Volterra, et celle de ses conversations avec Pierre Duhem. Chose curieuse, Poincaré eut d'abord moins d'influence sur lui : « Son œuvre, dit-il, semblait d'un quart de siècle en avance sur l'état de la science. Nous l'admirions, mais comme une chose lointaine qui nous dépassait et à laquelle nous n'osions point toucher. Il en fut ainsi jusqu'à l'intervention de Painlevé qui, le premier, montra que continuer Poincaré n'était pas au-dessus des forces humaines. »

Agrégé en 1887, il resta encore un an à l'École normale, puis fut nommé professeur au Lycée Buffon. C'est sans doute au cours des années où il fut ainsi en contact avec les élèves des lycées qu'il fut conduit à s'intéresser aux méthodes d'enseignement et aux programmes ; c'est peut-être aussi à cette époque qu'il conçut le plan de ses *Leçons de géométrie élémentaire*, qu'il devait rédiger et publier environ dix ans plus tard, et qui eurent une grande influence sur les étudiants de ma génération. Ce qui est certain, c'est que, tout en assumant avec succès les multiples obligations d'un professeur de lycée (nous le savons par M. Fréchet, qui fut son élève), il put achever en trois ans les travaux dont la publication révéla au monde la puissance de son génie. Il y eut d'abord, en 1892, sa thèse sur les fonctions définies par une série de Taylor ; puis, la même année, son mémoire sur les fonctions entières et en particulier sur une fonction considérée par Riemann, fut couronné par l'Académie (Grand Prix des Sciences mathématiques). L'Académie avait mis au concours la détermination du nombre des nombres premiers inférieurs à une grandeur donnée. On s'attendait à voir le prix attribué à Stieltjes, qui avait annoncé un important résultat sur ce sujet. Mais il ne présenta aucun mémoire, s'étant sans doute rendu compte qu'il n'avait pas réellement démontré le résultat annoncé, et ce fut Hadamard qui obtint le prix. Deux autres de ses mémoires devaient être couronnés par l'Académie (Prix Bordin, 1896 et Prix Vaillant, 1907). Pour l'ensemble de son œuvre mathématique, il devait obtenir trois autres prix (Prix Poncelet, 1898 ; Prix Petit d'Ormoy, 1901 et Prix Estrade-Delcros, 1908).

C'est encore en 1892 qu'il épousa M^{lle} Louise-Anna Trével, qui devait être pendant soixante-huit ans sa compagne des bons et des mauvais jours.

Il partit avec elle pour Bordeaux, où après sa Thèse il avait été nommé maître de conférences. Il y retrouva Duhem, par qui il fut informé des progrès de la physique mathématique. Il prenait une part active à la vie de l'Université, et, de 1894 à 1900, plusieurs de ses notes furent publiées par la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Son premier mémoire publié hors de France parut en 1896 dans les *Acta mathematica*. Mais ses travaux les plus importants paraissaient dans des recueils parisiens.

Il revint à Paris en 1897, étant nommé maître de conférences à la Sorbonne, et fut en même temps chargé par Maurice Lévy de le suppléer au Collège de France. L'année 1912 marqua en quelque sorte l'apogée de sa carrière. Il devint à la fois professeur au Collège de France (ce qui l'obligea à abandonner la Sorbonne), et à l'École Polytechnique, où il succédait à Jordan. Enfin le 8 décembre, le jour même de son quarante-septième anniversaire, il était élu à l'Académie des sciences, au fauteuil de Poincaré, mort cinq mois plus tôt. Nul plus que lui n'était digne de succéder à cet extraordinaire génie. Il y a lieu de noter que ce n'était pas sa première candidature. En 1900, il n'avait pas voulu se présenter contre Painlevé à la succession de Darboux devenu Secrétaire perpétuel. Mais après la mort d'Hermite (janvier 1901) il n'hésita pas à se porter candidat et rédigea une notice sur ses travaux scientifiques. Il avait 35 ans et on ne peut qu'admirer l'importance et la variété des travaux qu'il avait publiés en dix ans. Malgré cela, il ne fut présenté par la section de géométrie qu'en troisième ligne, après Georges Humbert et Goursat et ex aequo avec Emile Borel. Humbert fut élu; mais en 1912, Hadamard l'emportait sur Goursat et Borel.

En 1914, la guerre survint, qui devait bouleverser sa vie. Il avait eu vingt-deux années de vie parfaitement heureuse. Sa femme et lui avaient eu et élevé cinq enfants: trois fils, Pierre, Etienne et Mathieu, et deux filles, Cécile et Jacqueline. Une grave maladie de sa femme, dont la guérison avait paru miraculeuse, n'avait été qu'un souci passager. L'année 1916 mit fin à ce bonheur. La guerre lui enleva d'abord Pierre, puis Etienne, atteint par une balle dès son arrivée sur le front. Dans son allocution du 7 janvier 1936, Hadamard parla « d'une suite d'années magnifiquement épanouies, depuis l'année 1892 à partir de laquelle il a connu la beauté de la vie, jusqu'en 1916, à partir de laquelle nulle joie n'a plus pu être pour lui vraiment pure ». La mort d'Etienne fut sans doute le coup le plus dur. Il espérait un brillant avenir pour ce jeune homme remarquablement doué. Il me dit un jour: « Vous savez que je m'y connais; eh bien, ce que j'ai fait en mathématiques n'est rien à côté de ce qu'il aurait pu faire, s'il avait vécu. »

Pourtant, après la guerre, son extraordinaire vitalité le sauva. Il s'intéressait à trop de choses pour boudier la vie. Nous parlerons plus loin de sa curiosité toujours en éveil, et de l'étonnante variété de ses activités. Pour le moment il s'agit de sa carrière mathématique. A partir de 1920, il accepta de succéder à Appell comme professeur à l'Ecole centrale. Suivant l'exemple de son prédécesseur, il y fit un cours assez élémentaire; il ne s'agissait pas de former des mathématiciens. Mais le programme de l'Ecole Polytechnique était plus ambitieux. Il y fit un cours d'un niveau très élevé, mais où les difficultés étaient signalées et expliquées d'une manière qui faisait l'admiration de ses élèves. Nous regrettons de ne pouvoir reproduire ici le magnifique éloge que fit de ce professeur hors pair, au cours d'une cérémonie dont nous parlerons plus loin, Louis Armand, de l'Académie française, qui avait été son élève de 1924 à 1926.

Mais c'est au Collège de France, où le petit nombre des auditeurs permet un contact presque impossible à l'Ecole Polytechnique, qu'il montra le mieux quel animateur il pouvait être. Il y créa un séminaire qui fut le premier de ce genre qui ait existé en France. Ces séminaires sont aujourd'hui nombreux, et chacun porte sur un chapitre très restreint de la science. Le programme de celui d'Hadamard n'excluait aucune partie des mathématiques. Au début de l'année, il avait établi une liste des livres ou mémoires qu'il désirait voir analyser; il mettait dans cette liste, nous dit-il un jour, tout ce qui l'amusait. Cela allait de la géométrie à la théorie des fonctions, et des problèmes concrets relatifs à des équations particulières aux problèmes abstraits de l'analyse fonctionnelle. Bref, presque tout, dans le domaine mathématique, l'intéressait. A la rentrée, il réunissait ses collaborateurs et on se partageait la tâche. Puis chacun venait à son tour exposer les résultats de son travail. Pendant ces séances, il m'arrivait de ne pas suivre un exposé trop ardu, et j'admirais que, pour lui, rien ne fût difficile. Toujours attentif, il intervenait souvent pour préciser un point mal expliqué par l'orateur, et si, par hasard, quelque chose lui échappait, aucune fausse honte ne l'empêchait de demander des explications complémentaires.

C'est avec regret que nous le vîmes prendre sa retraite en 1937. D'après la législation en vigueur au début du siècle, il aurait pu enseigner jusqu'à l'âge de 75 ans. Un abaissement de l'âge de la retraite l'obligea à cesser son enseignement trois ans plus tôt, quand il était encore en pleine activité. La seconde guerre survint peu après. Après la défaite de 1940, il se réfugia à Toulouse avec sa famille; tous purent peu après quitter la France. Hélas ! tandis qu'Hadamard, sa femme et sa fille Jacqueline trouvaient un refuge

aux Etats-Unis, pour rejoindre plus tard l'Angleterre où il pouvait travailler pour la défense nationale, un nouveau deuil frappait cette famille déjà si éprouvée. Mathieu Hadamard, qui s'était engagé dans l'armée de la France libre, tombait à son tour, vingt-huit ans après ses deux aînés.

Si on songe que, peu après la fin de la guerre, Hadamard atteignit l'âge de 80 ans, on admire qu'il soit resté encore actif. Pendant la guerre, il avait donné un cours à l'Université Columbia, et publié plusieurs articles dans des revues américaines ou anglaises, et notamment deux notices nécrologiques sur Emile Picard, et une grande étude sur la psychologie de l'invention. Rentré à Paris, il ne renonça pas au travail. De 1947 à 1959, on trouve encore une vingtaine de publications d'inégale importance. Si certaines furent des traductions françaises de textes parus d'abord en anglais, ou des rééditions, on trouve en 1951 un exposé nouveau de 134 pages sur le rôle de la géométrie non euclidienne dans la théorie des fonctions automorphes, publié en U.R.S.S. En 1959, il ajoutait encore des compléments à la traduction par sa fille Jacqueline de son essai sur la psychologie de l'invention. Mais en 1960, la mort de sa femme fut un coup dont il ne se releva pas. Il devait être encore cruellement frappé l'année suivante par la mort accidentelle d'un petit-fils. Il eut pourtant une dernière joie, en recevant, cinquante ans après son élection à l'Académie des sciences, une délégation de ladite académie venue pour lui remettre la médaille d'or destinée à commémorer cet anniversaire. Mais quelle différence entre cette réunion, et celle où, sept ans plus tôt, ses amis avaient célébré son quatre-vingt-dixième anniversaire et à l'occasion de laquelle le ministre de l'Instruction publique l'avait fait grand-croix de la Légion d'honneur ! M^{me} Hadamard n'y était plus, et lui-même était trop fatigué pour répondre comme il l'aurait voulu aux allocutions de MM. Julia, Louis de Broglie et Denjoy. Il mourut le 17 octobre 1963, et ce furent alors M. Fréchet et M. Daniel Mayer, président de la Ligue des droits de l'homme, qui lui rendirent un dernier hommage, en présence de nombreux amis réunis autour de son cercueil.

Ce dernier hommage ne fut pas réellement le dernier. Deux mois plus tard, M. Fréchet lisait devant l'Académie des sciences une notice sur sa vie et son œuvre. D'autres notices, dues à MM. G. Julia, J. P. Kahane, P. Lévy, S. Mandelbrojt, L. Schwartz et J. Nicolétis, parurent en 1964 dans différents recueils. En novembre 1965, deux des nombreuses sociétés étrangères dont il était membre honoraient sa mémoire: la Royal Society de Londres publiait une notice rédigée par miss Mary L. Cartwright, et à Rome, le 20 novembre, à une séance de l'Academia Nazionale dei Lincei, le profes-

seur B. Segre lisait une notice rédigée par F. Tricomi, empêché de la lire lui-même. Rappelons à ce sujet qu'Hadamard était à notre connaissance membre, non seulement de ces deux sociétés et de la Royal Society d'Edimbourg, mais aussi des académies de Bruxelles, de Liège, d'Amsterdam, de Washington, de Boston, de Buenos Aires, de Rio de Janeiro, de Calcutta, et de New Delhi. Ajoutons qu'il était membre actif de toutes ces académies et sociétés, et au cours de ses nombreux voyages, s'était rendu dans toutes les villes citées ci-dessus. Le 13 janvier 1966, l'Ecole polytechnique célébrait avec un léger retard le centième anniversaire de sa naissance: Paul Lévy et Laurent Schwartz parlèrent de son œuvre mathématique, tandis que le général Mahieux, MM. Louis de Broglie, Maurice Roy (président de l'Académie des Sciences pour 1966), Paul Montel, F. Tricomi, S. Mandelbrojt et Louis Armand (président du Conseil de perfectionnement de l'Ecole polytechnique) rappelaient d'autres aspects de son activité. Le présent volume est un hommage à cette grande mémoire; ce ne sera sûrement pas le dernier; le plus bel hommage lui sera rendu par ceux qui continueront son œuvre.

II

Hadamard s'est intéressé à presque tous les chapitres des mathématiques. On peut toutefois, dans ses travaux, distinguer quatre centres d'intérêt principaux et des questions diverses. Ces centres d'intérêt sont les fonctions analytiques ou quasi analytiques et leurs applications à l'arithmétique, les équations différentielles et leurs applications tant à la mécanique qu'à l'étude des lignes géodésiques d'une surface, les équations aux dérivées partielles et leurs applications à la physique mathématique, enfin le calcul des variations et le calcul fonctionnel. Les trois premières parties de l'œuvre d'Hadamard devant être exposées par MM. Mandelbrojt, Malliavin et Malgrange, nous n'avons à parler que de la quatrième et de quelques questions diverses.

Mentionnons d'abord un fait qui prouve bien l'étendue des connaissances d'Hadamard. Après la mort de Poincaré (juillet 1912), il rédigea en deux ou trois mois deux notices sur l'œuvre de cet illustre savant; elles parurent avant la fin de l'année, l'une dans la *Revue de métaphysique et de morale*, et aussi dans la *Revue du mois*, fondée par Emile Borel, l'autre dans les *Acta mathematica*. On sait que Poincaré avait renouvelé toutes les branches des mathématiques. Peu de savants pouvaient se vanter de bien connaître l'ensemble de cette œuvre immense. Il fallait être Hadamard