Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 13 (1967)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE CARACTÉRISATION DES COUPLES HENSELIENS
Autor: Crépeaux, E.
Bibliographie
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-41551

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

où $a_1 \in A$ a un reste inversible et où $a_2, \ldots, a_k \in \mathscr{A}$. Supposons que $p(V)$ a une racine simple $\bar{e}$ dans $\bar{A}$, mais alors, il existe ψ tel que $W^k - a_1 W^{k-1} - \ldots - a_k$ ait une racine simple dans A_ψ, de reste $\bar{e}$, et par suite, l'image de $p(V)$ dans $A_{\phi\psi}$ a une racine simple, de reste $\bar{e}$. $(A_\phi, \mathscr{A}_\phi)$ est donc faiblement hensélien. On laisse au lecteur le soin de voir que $(A_\phi, \mathscr{A}_\phi)$ est hensélien si $(A, \mathscr{A})$ l'est.

3. — On considère la catégorie (Cou) dont les objets sont les couples $(A, \mathscr{A})$ d'un anneau A et d'un idéal $\mathscr{A}$ de A, un morphisme $u : (A, \mathscr{A}) \to (B, \mathscr{L})$ étant un homomorphisme $u: A \to B$ d'anneaux tel que $u^{-1}(\mathscr{L}) = \mathscr{A}$. On sait alors [2] que si $((A_i, \mathscr{A}_i)_{i \in I}\, u_{ij})$ est un système inductif dans (Cou) indexé par un ensemble I filtrant, il a une limite inductive $(A, \mathscr{A})$ dans (Cou) où A est la limite inductive des A_i dans la catégorie des anneaux et où $\mathscr{A}$ est la limite inductive des idéaux $\mathscr{A}_i$. Si, de plus, les couples $(A_i, \mathscr{A}_i)$ sont faiblement henséliens, ou henséliens, il en est de même de $(A, \mathscr{A})$ [On adapte sans difficulté la démonstration de Lafon aux définitions ci-dessus].

4. — En particulier, si $(A, \mathscr{A})$ est un couple faiblement hensélien, on considère le système inductif filtrant des $(A_\phi, \mathscr{A}_\phi)$ où ϕ parcourt la partie multiplicative S de A formée des éléments inversibles modulo $\mathscr{A}$, alors sa limite inductive $(A_S, \mathscr{A}_S)$ sera faiblement hensélienne, et même hensélienne, puisque $\mathscr{A}_S$ est contenu dans le radical de A_S.

Cela entraîne en particulier que si $f_\phi = gh$ et $f_\psi = g_1 h_1$ sont deux décompositions d'un polynôme $f \in A\,[X]$ dans A_ϕ et A_ψ respectivement et vérifiant les hypothèses de (1), prop. 1, alors, en prenant θ « assez grand » de reste inversible, ces deux décompositions ont la même image dans A_θ, ce que l'on aurait pu voir directement.

En résumé, dire que $(A_S, \mathscr{A}_S)$ est hensélien équivaut à dire que $(A, \mathscr{A})$ est faiblement hensélien. On reconnaît une généralisation de [1] chap. VII prop. 43; 2). Nous rappelons que pour Nagata, un anneau local A, d'idéal maximal $\mathscr{M}$ est hensélien si le couple $(A, \mathscr{M})$ est faiblement hensélien au sens où nous l'entendons ci-dessus.

BIBLIOGRAPHIE

[1] NAGATA, M. *Local rings*. Interscience Publishers.
[2] LAFON, J. P. *Anneaux henséliens*. Bull. Soc. Math. France (1964).
[3] ARTIN, M. *Grothendieck Topologies*. Harvard University (1962).

E. Crépeaux
Faculté des Sciences de Lille

(Reçu le 1er juin 1968)

vide-leer-empty