

VII

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1967)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Hadamard avait eu l'intuition de ce prodigieux développement. Il est certain, en tout cas, qu'il avait compris l'importance du principe ergodique, tant en calcul des probabilités qu'en mécanique statistique; le souvenir de conversations remontant à cette époque me permet de l'affirmer.

VII

Cet exposé est loin d'être complet. Non seulement nous n'avons pas empiété sur les chapitres dont l'exposé sera fait par d'autres élèves d'Hadamard, mais, dans la partie de ses œuvres mathématiques dont nous avons à parler, nous n'avons mentionné que ce qui nous a paru très important. Il nous reste à parler de son activité à côté, ou même tout à fait en dehors, du domaine des mathématiques.

Nous avons déjà dit qu'il s'était intéressé à la mécanique et à la physique, mais que ce n'était pas à nous de développer l'ensemble de ces travaux, qui se rattachent aux exposés que doivent faire MM. Malgrange et Malliavin. Nous devons toutefois mentionner une note de 1898 sur la forme de l'espace, qui fait penser que, comme Poincaré à la même époque, il était bien près de découvrir la relativité. En 1924, il revient sur cette question pour expliquer par suite de quelles circonstances il est passé à côté de cette découverte. Dans l'intervalle, il avait publié un compte rendu du livre de Larmor, *Aether and matter*, et une note sur l'interprétation théorique des raies spatiales et une autre sur la détermination du champ électrique. J'ai souvenir aussi d'avoir lu de lui un compte rendu de la thermodynamique de Gibbs, oublié dans la liste de ses œuvres publiée en 1935. Mais ces rares notes ne donnent pas une idée de la manière dont, informé tant par ses relations avec Langevin et avec Jean Perrin que parce qu'il était à l'affût de toutes les idées nouvelles, il suivait les progrès de la physique.

Nous avons dit aussi qu'il s'était toujours intéressé à l'enseignement des sciences. Sans revenir sur ses exposés didactiques (leçons de géométrie, cours d'analyse), nous devons mentionner de nombreuses interventions dans la discussion des programmes (1903, les sciences dans l'enseignement secondaire; 1923, la réforme de l'enseignement secondaire; 1926, à propos de la réforme du programme de mathématiques spéciales; de 1930 à 1934, de nombreux articles sur ces questions dans l'*Œuvre* et dans l'*Enseignement scientifique*). S'il s'est surtout occupé des programmes des sciences mathématiques et physiques, il s'est aussi intéressé à ceux des sciences naturelles, auxquelles il aurait voulu donner une place plus grande dans les petites

classes, celles dont les élèves ne sont en général pas encore aptes à comprendre un raisonnement abstrait, mais peuvent s'intéresser à l'observation des plantes et à leur développement. Rappelons à ce sujet qu'il s'était spécialement intéressé aux fougères (dont il avait une belle collection) et aux champignons.

Il s'est aussi toujours beaucoup intéressé à tous les aspects de la philosophie des sciences, et à la discussion de leurs fondements. Il me faut d'abord rappeler son intervention dans les discussions qui ont suivi l'introduction par Zermelo de ce qu'on a appelé l'axiome du choix. J'ai toujours été surpris de voir que des savants tels que H. Lebesgue, Emile Borel et Baire ont pu ne pas comprendre cet axiome et contester sa valeur. En réalité, ce n'était pas vraiment un axiome nouveau, et ce sont eux qui voulaient restreindre la portée de la logique classique en prétendant qu'elle ne s'appliquait qu'aux objets qu'on peut en quelque sorte toucher du doigt. Cette restriction, qui n'intervient pas dans les raisonnements, ne saurait être nécessaire à la validité des conclusions. Hadamard ne s'y est pas trompé, et, dans un échange de lettres qui furent publiées en 1905 par la Société mathématique de France, fut le seul à reconnaître la valeur des raisonnements de Zermelo.

Ce ne fut pas sa seule intervention dans le domaine de la philosophie des sciences. Je me souviens d'une note sur les fondements du calcul des probabilités, qui est oubliée dans le répertoire de 1935 et dont je ne retrouve pas la référence. Il y soulignait le rôle de deux notions intuitives, celle de l'égalité de deux probabilités et celle de probabilité négligeable. Ces deux notions admises, tout le reste n'est que construction mathématique. Dans la liste de 1935, je relève d'abord en 1900, une note sur l'induction et la généralisation en mathématique, et en 1902, un compte rendu d'un livre de Bouvier : *la méthode mathématique en économie politique*. En 1906, il publie dans la *Revue générale des sciences* trois articles sur la logistique et l'induction complète, sur les principes de la théorie des ensembles, et sur la logistique et la notion de nombre entier. En 1926 il préface le livre de Gosset sur les fondements des mathématiques. Tout ce qui concerne la valeur de la science et la discussion des principes l'intéresse au plus haut point, et cette tendance de son esprit apparaît dans son enseignement. Il n'indique pas seulement les démonstrations, mais aussi la philosophie des démonstrations, et, à ce sujet, il faut noter qu'il s'intéresse aux théories très générales autant, et même sans doute plus, qu'aux faits particuliers. Aussi est-il tout de suite familiarisé avec l'analyse générale, créée par

M. Fréchet et E. H. Moore, et qui a eu depuis un extraordinaire développement.

Un des problèmes philosophiques dont il s'est le plus occupé est la psychologie de l'invention, spécialement dans le domaine mathématique. Dès 1901, il publie un article sur la fameuse bosse des mathématiques. Il lit tout ce que mathématiciens et philosophes ont écrit sur ce sujet, ses idées mûrissent, et c'est seulement quand, pendant la seconde guerre mondiale, il est réfugié aux Etats-Unis, qu'il rédige en anglais son célèbre *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, qui paraîtra à Princeton en 1945, et dont la traduction française, due à sa fille Jacqueline Hadamard, ne paraîtra qu'en 1959. Dans cet essai, on admire autant l'érudition de l'auteur que le développement de ses idées personnelles. Nous ne pouvons mentionner que les plus importantes. D'abord il étudie longuement les cas dans lesquels, par une illumination subite, un savant se trouve brusquement en possession de la solution d'un problème qui l'avait longtemps arrêté. Il cite l'exemple bien connu de la découverte des fonctions fuchsiennes par Poincaré, et reproduit et commente les pages dans lesquelles l'illustre savant raconte qu'une succession d'illuminations subites lui a permis de franchir les différents obstacles situés sur le chemin de sa découverte. Hadamard, après avoir cité d'autres exemples, qui ne sont pas tous du domaine des mathématiques (il cite Gauss, Mozart, et Paul Valéry), se déclare d'accord avec Poincaré qui explique ce phénomène par un travail inconscient ou subconscient qui le précède. Mais ce travail ne se produit pas dans n'importe quel cerveau. Il ne peut se produire qu'à la suite d'un travail conscient, au cours duquel l'attention du chercheur s'est concentrée sur un problème; il y a sans doute une sorte de polarisation des cellules cérébrales vers lui, tout ce qui effleure le conscient ou le subconscient lui est rapporté, et une idée qui peut aider à sa solution ne peut y arriver sans éveiller aussitôt l'attention consciente du chercheur. C'est l'illumination. Chez Poincaré, elle peut ne durer qu'un instant, et il peut reprendre aussitôt la conversation interrompue. Mais elle est enregistrée et sera exploitée ensuite à loisir. Le travail conscient, qui a été nécessaire au début, l'est aussi pour l'achèvement de sa découverte.

Hadamard ne met pas en doute le rôle de ce mystérieux inconscient. Il distingue d'ailleurs, entre le conscient et l'inconscient, le subconscient, qui est en quelque sorte en marge de la conscience. Ainsi, quand nous regardons un paysage, nous portons notre attention consciente sur une partie de ce paysage; mais l'ensemble contribue à l'impression que nous

avons, et ce qui s'y passe peut brusquement attirer notre attention. Le subconscient plus profond est évidemment mystérieux, mais il est difficile de contester son rôle, qui a été admis « depuis l'époque de saint Augustin et par des maîtres tels que Leibnitz ». Hadamard s'étonne de le voir discuter par certains penseurs, notamment le philosophe Albert Fouillée, et réfute leurs arguments.

Il étudie d'autre part longuement le rôle des images dans la pensée en général et spécialement dans la découverte. Il dit que chez lui des images visuelles vagues sont souvent d'un grand secours; elles l'aident à préciser le raisonnement, et parce qu'elles sont vagues, elles ne peuvent pas le tromper, comme le ferait une figure précise mais mal faite. Il insiste surtout sur le rôle des mots. On sait que certains philosophes prétendent que, sans mots, il n'y aurait pas de pensée. Hadamard fut particulièrement surpris quand il vit cette idée soutenue (en 1887) par Max Müller, « le célèbre philologue et orientaliste ». Il l'est plus encore par certains penseurs pour qui la pensée implique l'image visuelle des mots imprimés. Sans nier le rôle des mots qui, résumant une idée, servent de « relais », et permettent à la pensée d'aller de l'avant, Hadamard combat ces exagérations. Il me semble qu'aux arguments qu'il donne on peut en ajouter d'autres, assez concluants: la thèse de Max Müller impliquerait que les animaux ne pensent pas, que les enfants ne pensent que quand ils sont en âge de parler, ce qui est manifestement faux. Chez l'adulte même il est certain qu'une émotion ou une sensation précèdent les mots qui les expriment; dans le domaine intellectuel, l'impression que lui fait un raisonnement faux n'implique pas qu'il ait trouvé les mots qui le réfutent. Reconnaissons avec Hadamard que, sans le langage qui sert de relais, la pensée humaine ne serait pas devenue ce qu'elle est, que notamment les découvertes d'un homme de génie seraient restées inconnues, mais aussi que les bonds en avant se font souvent sans l'aide des mots. Reconnaissons aussi avec lui que ces discussions prouvent qu'il y a deux sortes d'esprit, les uns qui pensent surtout par mots et s'imaginent (sans doute à tort) ne penser que par mots, les autres chez qui la pensée précède les mots, et que les partisans de ces deux théories opposées se regardent avec étonnement sans pouvoir bien se comprendre.

Cette idée, de deux sortes d'esprit qui s'opposent et ne peuvent pas se comprendre, se retrouve quand, après Poincaré, il oppose les esprits surtout logiciens à ceux qui sont surtout intuitifs. Il rappelle à ce sujet les discussions qu'il a eues avec H. Lebesgue et E. Borel au sujet de l'axiome du choix; l'avenir lui a donné raison; la science utilise cet axiome sans se soucier des

objections des savants qui contestaient sa valeur, objections que ni Hadamard, ni moi-même, n'avons pu comprendre. Il rappelle aussi, dans le même ordre d'idées, l'hostilité de F. Klein vis-à-vis des idées de G. Cantor; cette hostilité, sans réussir à arrêter les progrès de la science, a nui à la carrière de Cantor, et a même empêché la publication de ses travaux dans les périodiques allemands.

Pour Hadamard, la logique sert à consolider les conquêtes de l'intuition, et permet de convaincre ceux qui manquent d'intuition. L'éclair d'intuition ne convainc que celui qui en est illuminé. Mais c'est celui-là seul qui fait avancer la science; l'intuition est le principal instrument des découvertes. Hadamard cherche à la définir, à la caractériser. Qu'est-ce qui guide le chercheur vers les problèmes intéressants, et vers les méthodes qui permettent de les résoudre? Qu'est-ce qui, souvent, lui donne une impression de certitude, au sujet d'énoncés qu'il ne sait pas encore démontrer? Pour Hadamard, la réponse n'est pas douteuse. Un sentiment esthétique joue le plus souvent un rôle essentiel. D'abord l'intérêt qu'on éprouve naturellement pour une question est le meilleur stimulant de la recherche; le travail qu'on fait sur commande, ou pour gagner de l'argent, est rarement fécond (ce qui ne veut pas dire qu'une aide pécuniaire aux savants soit inutile; mais il s'agit de la réserver à ceux qui ont la vocation de la recherche). Si ensuite on a une idée, c'est souvent un sentiment esthétique qui porte à la croire exacte; une théorie vraie a souvent un caractère d'élégance que n'a pas une théorie fautive. Ce sentiment d'élégance a beau être subjectif, les exemples de Poincaré, d'Hadamard, et de beaucoup d'autres, prouvent qu'il est le meilleur guide pour la recherche. J'oserai ajouter que je l'ai souvent constaté moi-même, et je pense que, si certains savants le nient, c'est qu'ils mettent une certaine coquetterie à ne donner que des démonstrations achevées et à cacher le processus de leurs découvertes.

VIII

L'extraordinaire activité de cet homme si complet qu'était Hadamard ne se limitait pas aux sciences et à la philosophie. Il fut un grand voyageur, et ce n'étaient pas seulement les congrès internationaux et les cours qu'il donnait dans différentes universités qui l'entraînaient en U.R.S.S., aux Etats-Unis, au Brésil, en Inde ou en Chine. Il aimait les voyages, les grands spectacles de la nature, et aussi la recherche des fougères et des champignons. C'est la recherche des fougères qui lui fit faire de nombreux