

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **13 (1967)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **30.06.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Theorem 6. Suppose that assumptions A_1, A_2, A_3 and A_4 hold and in addition that $a(t) > 0$ and $a'(t) \geq 0$ for $t \geq T$; then all solutions of (3.3) are bounded.

Proof. Integrate (3.3) in the following manner:

$$G(u'(t)) - G(u'(t_0)) + a(t)F(u(t)) - a(t_0)F(u(t_0)) \\ = \int_{t_0}^t a'(s)F(u(s))ds + \int_{t_0}^t \frac{h(t, u, u')u'(s)ds}{g(u')} \quad (3.4)$$

where $G(v) = \int_0^v \frac{s ds}{g(s)}$ and $F(u) = \int_0^u f(s) ds$. Taking absolute values and noting that $G(v) \geq 0$ and $F(u) \geq 0$, we obtain

$$a(t)F(u(t)) \leq c_0 + c_1 + \int_{t_0}^t a'(s)F(u(s))ds \quad (3.5)$$

where $c_0 = G(u'(t_0)) + a(t_0)F(u(t_0))$ and $c_1 = \int_{t_0}^{\infty} \gamma(s) ds$ are non-negative constants. From (3.5) and A_4 it is now clear that every solution of (3.3) are bounded (cf. [1]).

Corollary. In addition to the hypothesis of Theorem 6, suppose that assumption A_5 also holds and that $\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) = k > 0$; then all solutions of (3.3) and their derivatives are bounded.

We note that by setting $h(t, u, u') \equiv 0$, the above result again reduces to Theorem 1 and its corollary. Other comparison theorems may be formulated in a similar way as Theorem 6 by extending the corresponding result for the homogeneous equation. Since the procedure is clear, the statements and proofs of these results will be omitted.

RÉFÉRENCES

- [1] J. S. W. WONG, A note on boundedness theorems of certain second order differential equations. *SIAM Review*, 6 (1964), 175-176.
- [2] — and T. A. BURTON, Some properties of solutions of $u''(t) + a(t)f(u)g(u') = 0$ (II). *Monatshefte für Mathematik*, 69 (1965), 368-374.
- [3] J. S. W. WONG, Some properties of solutions of $u''(t) + a(t)f(u)g(u) = 0$ (III). *SIAM Journal*, 14 (1966), 209-214.
- [4] ZHANG BING-GEN (CHANG PING-KEN), Boundedness of solutions of ordinary differential equations of the second order. *Acta Math. Sinica*, 14 (1964), 128-137; English translation, *Chinese Mathematics*, 4 (1964), 139-148.

- [5] C. T. TAAM, Criteria of boundedness of the solutions of non-linear differential equations. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 6 (1955), 377-385.
- [6] I. BIHARI, Researches of the boundedness and stability of the solutions of non-linear differential equations, *Acta. Math. Acad. Sci. Hungar.*, 8 (1957), 261-278.
- [7] W. R. UTZ, Properties of solutions of $u'' + g(t) u^{2n-1} = 0$. *Monatshefte für Mathematik*, 66 (1962), 55-60.
- [8] K. M. DAS, Properties of solutions of certain non-linear differential equations. *J. of Math. Ana. and Appl.*, 8 (1964), 445-452.
- [9] C. M. PETTY and G. LEITMANN, A boundedness theorem for a non-linear, non-autonomous system. *Monatshefte für Mathematik*, 68 (1964), 46-51.
- [10] R. BELLMAN, *Stability theorem of differential equations*. McGraw-Hill, New York (1953).
- [11] I. BIHARI, A generalization of a lemma of Bellman and its application to uniqueness problems of differential equations. *Acta Math. Hung.*, 7 (1956), 81-94.
- [12] E. F. BECKENBACH and R. BELLMAN, *Inequalities*. Springer-Verlag, Berlin (1961).
- [13] Ju. A. KLOKOV, Some theorems on boundedness of solutions of ordinary differential equations. *Uspehi Mat. Nauk*, 13 (1958), No. 2 (80), 189-194; English translation. *Amer. Math. Soc. Transl.*, 18 (1961), 289-294.
- [14] P. WALTMAN, Some properties of solutions of $u''(t) + a(t)f(u) = 0$. *Monatshefte für Mathematik*, 67 (1963), 50-54.
- [15] LI YUE-SHENG (LI YUEH-SHENG), The bound, stability, and error estimates for the solution of non-linear differential equations. *Acta Math. Sinica*, 12 (1962), 32-39; English translation, *Chinese Mathematics*, 3 (1963), 34-41.
- [16] D. WILLETT and J. S. W. WONG, On the discrete analogues of some generalizations of Gronwall's inequality. *Monatshefte für Mathematik*, 69 (1965), 362-367.
- [17] J. S. W. WONG, On two theorems of Waltman. *SIAM Journal*, 14 (1966), 724-728.
- [18] P. WALTMAN, On the asymptotic behaviour of solutions of a non-linear equation. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 15 (1964), 918-923.

(Reçu le 31 janvier 1967)

James S. W. Wong
University of Alberta
Edmonton, Canada.

Vide-leer-empty