$$|f(x+h) + f(x-h) - 2f(x)| \leqslant h\varphi(h)$$

dès que $\varphi(h)$ est une fonction croissante telle que $\varphi(4^{-j}) \geqslant 20\, c_{j-1}$.

On obtient finalement le résultat suivant: *si $\varphi(h)$ est une fonction positive croissante, telle que $\varphi(4h) \leqslant 2\varphi(h)$ et*

$$\int_0^1 \varphi^2(h) \frac{dh}{h} = \infty ,$$

il existe une mesure positive $d\mu$, *dont le support est un ensemble fermé de mesure nulle, et dont une primitive* f *satisfait à la condition*

$$\omega_2(f, h) = 0\bigl(h\varphi(h)\bigr) \qquad (h \to 0) .$$

[Il suffit de choisir pour c_j la plus grande puissance négative de 2 inférieure à $\frac{1}{20}\varphi(4^{-j-1})$].

Comme l'observe Shapiro dans [6], c'est (à la condition de régularité sur φ près) le meilleur résultat possible. En effet, il résulte d'un théorème de Stein et Zygmund (voir encore [6], appendice) que si f est une fonction continue telle que

$$\int_0^1 (\omega_2(f, h))^2 \frac{dh}{h} < \infty ,$$

f est absolument continue, avec une dérivée de carré sommable.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Besicovitch, A. S. The Kakeya problem. *Amer. Math. Monthly*, 70 (1963), 697-706.

[2] Donoghue, W. F., Jr. Functions which are polynomials on a dense set. *London Math. Soc.*, 39 (1964), 533-536.

[3] Duren, P. L., H. S. Shapiro, and A. L. Shields. Singular measures and domains not of Smirnov type. *Duke Math. J.*, 33 (1966), 247-254.

[4] Mandelbrojt, S. *Séries adhérentes, régularisations des suites, applications.* Gauthier-Villars, 1952; voir aussi: Analytic functions and classes of infinitely differentiable functions. *The Rice Institute Pamphlet*, 29 (1942), 1-142.

[5] Piranian, G. Two monotonic, singular, uniformly almost smooth functions. *Duke Math. J.*, 33 (1966), 255-262.

[6] Shapiro, H. S. Monotonic singular functions of high smoothness. *Michigan Math. J.* (sept. 1968, à paraître).

(Reçu le 27 Juin 1968)

Faculté des Sciences
de l'Université de Paris à Orsay
91-Orsay