$$\mathfrak{p} = (2, \alpha), \quad \bar{\mathfrak{p}} = (2, \alpha+1),$$

et

$$\mathfrak{q} = (3, \alpha), \quad \bar{\mathfrak{q}} = (3, \alpha+1).$$

On vérifie sans peine que $\mathfrak{p}\mathfrak{q} = (\alpha)$, $\mathfrak{p}\mathfrak{q} = (\alpha+1)$ et $\mathfrak{p}^3 = (\alpha+2)$. En revanche, $\mathfrak{p}^2$ n'est pas principal: car $N\mathfrak{p}^2 = 4$, mais $\mathfrak{p}^2 \neq (2)$, alors que 2 et -2 sont les seuls entiers de K ayant pour norme 4.

Il résulte de tout ceci que $\bar{\mathfrak{p}} \sim \mathfrak{p}^{-1}$, $\bar{\mathfrak{q}} \sim \mathfrak{q}^{-1}$, $\mathfrak{q} \sim \bar{\mathfrak{q}}^{-1} \sim \mathfrak{p}$, $\mathfrak{p}^3 \sim (1)$, mais qu'*on n'a pas* $\mathfrak{p}^2 \sim (1)$ (*ni* a fortiori $\mathfrak{p} \sim (1)$): le groupe des classes de A est donc cyclique d'ordre 3, engendré par la classe de $\mathfrak{p} = (2, \alpha)$.

Soit maintenant $\mathfrak{p}_\infty$ l'unique place archimédienne de K et posons

$$D = \{\mathfrak{p}\}, \quad S = \{\mathfrak{p}_\infty, \mathfrak{p}\}.$$

Alors, avec les notations du §1, on a $d = 1$, $s = 2$, $\mathfrak{p}_1 = \mathfrak{p}$, $n_1 = 3$, $x_1 = t = \alpha + 2$. Et on peut affirmer:

L'anneau A_S est formé des éléments de K du type $(x+y\alpha) / (\alpha+2)^m$ ($m \geq 0$; $x, y \in \mathbf{Z}$); A_S est un anneau principal: $h_S = 1$; enfin, le groupe U_S est formé des éléments du type $\pm (\alpha+2)^m$ ($m \in \mathbf{Z}$) (le fait que $\alpha + 2$ soit une « unité fondamentale » pour A_S tient à ce que $N(\alpha+2) = 8$ et que ni 2 ni 4 ne sont normes de S-unités de K).

BIBLIOGRAPHIE

[1] Chevalley, La théorie du corps de classes. *Ann. of Math.* (1940), 41, pp. 394-418.
[2] Artin-Whaples, Axiomatic characterization of fields by the product formula for valuations. *Bull. Am. Math. Soc.* (1945), 51, pp. 469-492.
[3] Artin, *Theory of algebraic numbers.* Göttingen (1959).
[4] Artin-Tate, *Class field theory.* Harvard (1960).
[5] Weiss, *Algebraic number theory.* McGraw-Hill (1963).
[6] Lang, *Algebraic numbers.* Addison-Wesley (1964).
[7] Borevich-Shafarevich, *Number theory.* Academic Press (1966).
[8] Cassels-Fröhlich, *Algebraic number theory.* Academic Press (1967).
[9] Weil, *Basic number theory.* Springer (1967).
[10] Samuel, *Théorie algébrique des nombres.* Hermann (1967).

Faculté des Sciences de Grenoble
Institut de Mathématiques pures

(Reçu le 30 julliet 1990)