

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **16 (1970)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\begin{aligned}
 x_3 &= \frac{1}{2} \frac{\delta^1}{1} + \frac{1}{4} \frac{\delta^2}{2} + \frac{1}{4} \frac{\delta^3}{3} \\
 &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
 x_i &= \frac{1}{2} \frac{\delta^1}{1} + \frac{1}{4} \frac{\delta^2}{2} + \cdots + \frac{1}{2^{i-1}} \frac{\delta^{i-1}}{i-1} + \frac{1}{2^{i-1}} \frac{\delta^i}{i} \\
 &\quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot
 \end{aligned}$$

For each  $i$ ,  $x_i \in K(S)$  [1, p. 10]. If

$$x_0 = \lim_{i \rightarrow \infty} x_i = \lim_{i \rightarrow \infty} \left( \sum_{n=1}^{i-1} \frac{1}{2^n} \frac{\delta^n}{n} + \frac{1}{2^{i-1}} \frac{\delta^i}{i} \right) = \lim_{i \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^i \frac{1}{2^n} \frac{\delta^n}{n},$$

then  $x_0 \notin K(S)$  but  $x_0 \in \text{cl } K(S)$  where  $\text{cl } K(S)$  is the closure of  $K(S)$  in  $m$ . We remark that this shows that in a linear topological space the convex hull of a convex set may not be closed and, hence, may not be compact [2, p. 141]. We note but do not prove that the closed convex hull,  $\text{cl } K(S)$ , of  $S$  is compact.

Let  $L$  be the set of all linear combinations of all finite subsets of  $S$ . Then  $L$  with the relative topology of  $m$  [2, p. 51] is the smallest linear subspace [1, p. 2] of  $m$  containing  $K(S)$ , and  $K'(S) = L \cap \text{cl } K(S)$  is the closed convex hull of  $S$  in  $L$ . To complete our proof it suffices to show that  $K'(S)$  is not a compact subset of  $L$ .

The sequence  $\{x_i\}_{i \in \omega}$  defined above is a closed subset of  $L$  since its only cluster point  $x_0 \notin L$ . For each  $k \in \omega$  let  $A_k = \{x \in L : x \notin \{x_i\}_{i=k}^\infty\}$ . Each  $A_k$  is an open subset of  $L$  and  $A = \{A_k : k \in \omega\}$  is an open cover of  $K'(S)$ . However, if  $A_{k(1)}, A_{k(2)}, \dots, A_{k(n)}$  is a finite subset of  $A$  and if  $j$  is any integer greater than  $\max\{k(1), k(2), \dots, k(n)\}$ , then  $x_j \notin \bigcup_{i=1}^n A_{k(i)}$ . Since  $x_j \in \{x_i\}_{i \in \omega} \subset K'(S)$  it follows that  $A$  does not contain a finite subset which covers  $K'(S)$  and, hence, that  $K'(S)$  is not a compact subset of  $L$  which completes the proof.

#### REFERENCES

- [1] M. M. DAY, *Normed linear spaces*. Academic Press, New York and Springer, Berlin, 1962.
- [2] J. L. KELLEY, *General topology*. D. Van Nostrand Co., Princeton, 1955.

D. B. GOODNER

Dept. of Math.  
 Florida State University  
 Tallahassee, Florida 32306