Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **17 (1971)**

Heft 1: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **16.07.2024**

LA GÉOMÉTRIE PLANE EN CLASSE DE SECONDE

(Nouveaux programmes des lycées français)

par L. Fourès (Marseille)

Introduction

La publication de nouveaux programmes pour la classe de seconde de l'enseignement secondaire français a causé beaucoup de remous dans le corps enseignant de nos lycées et collèges. On ne saurait dire que les nombreux ouvrages parus sur ce sujet, et devant faciliter ce nouvel abord de la géométrie élémentaire, aient atteint leur objectif.

Nous rappelons quelques lignes significatives de ce programme.

... Titre 2: Nombres réels.

... 5 Equations du premier degré à une inconnue dans **R** et **Q**. Systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues. Déterminant.

6 ... Etude de problèmes dont la résolution conduit à des équations ou inéquations du premier degré.

Titre 3: Fonctions numériques d'une variable réelle.

... 3 Etude de la fonction linéaire définie par $f(x) = ax$ et de la fonction affine définie par $g(x) = ax + b$. Exemple de fonctions affines par intervalles.

Titre 4: Géométrie plane et espaces vectoriels sur **R**.

1 Application d'une droite sur **R**, les points (distincts) d'images respectives 0 et 1 étant choisis. Abcisse d'un point. Mesure algébrique d'un segment orienté sur une droite orientée. Formule de Chasles. Segment défini par les abcisses des points qui le limitent. Mesure algébrique d'un segment orienté; longueur; abcisse du milieu. Changement de repère.

2 Rappel de certaines propriétés affines du plan. La droite dans le plan; détermination par deux points. Droites parallèles. Le parallélisme est une relation d'équivalence.

Notion de direction. Milieu de deux points. Le parallélogramme et ses caractéristiques.

3 Bipoint. Equipollence. Vecteurs du plan. Notation $\overrightarrow{AB}$ pour le vecteur dont le bipoint (A, B) est un représentant. Addition des vecteurs...

Il ressort de ces lignes que les alinéas cités des titres 2 et 3 préparent à l'introduction d'une structure affine de la droite et du plan. Il me parait même souhaitable de compléter ce titre 3 par une étude de l'application affine $R^2 \to R^2$, étude pour laquelle tous les éléments ont déjà été rassemblés.

Les pages qui suivent sont destinées au titre 4 de ce programme. Une difficulté surgit dès la première ligne de ce titre 4. De toute évidence cette ligne n'a pas de sens si la structure affine de la droite n'a pas été préalablement définie, et une fois cette structure définie, le problème posé devient mineur. Certains auteurs d'ouvrages dont je parlais au début, ont cru expliquer cette première ligne par l'usage à peine (ou même pas) déguisé d'une fonction distance que l'on ne saurait construire que par le « bon et vieux procédé » des « transports » d'un segment unité. Trop de générations ont souffert de cette méthode d'illusioniste qui permettait de démontrer les « cas d'égalité des triangles » et autres gadgets ne relevant strictement que du dessin géométrique; de toute manière, l'introduction d'une fonction distance qui n'est pas une notion affine est en désaccord absolu avec l'esprit de ce programme de géométrie manifestement conçu sur le principe suivant:

1. Préciser la structure affine du plan.
2. Dégager une structure d'espace vectoriel à partir de la structure affine.

On ne peut donc admettre l'introduction d'une notion non affine et en particulier d'une métrique.

D'autres auteurs ont préféré adopter la solution très contemporaine, rigoureuse à souhait, consistant à bâtir la géométrie à partir de la notion d'espace vectoriel lancée en premier lieu à la face du lecteur, de l'auditeur ou de l'élève. Or c'est précisément la démarche inverse qui est explicitement indiquée dans le programme. Il me paraît assez naturel de mettre en évidence la structure vectorielle sur l'exemple du plan, ce qui aura l'avantage d'éviter aux élèves plus tard de commettre de grosses erreurs sur la nature et l'usage de ces mêmes vecteurs; il sera aussi normal de reconsidérer, en première, la géométrie à partir de la notion d'espace vectoriel, mais cette construction viendra en son temps avec tous les avantages qu'elle présente.

Dans le programme officiel, la géométrie est précédée par l'étude de **R** (dont il faut faire ressortir les caractères par rapport à ceux de **Q**) et aussi par l'étude de la fonction affine. Dans un intérêt de cohérence logique et également en vue de son utilisation en géométrie, il paraît normal d'introduire, avec les systèmes de deux équations du premier degré à deux inconnues (II, § 5) la fonction affine de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$. Cela ne présente aucune difficulté sérieuse, le caractère bijectif ou la dégénérescence de cette fonction étant de simples applications de l'étude des systèmes d'équations. Après cela il n'est rien de plus naturel que de fonder l'étude de la droite sur celle de **R**, l'étude du plan sur celle de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$. Je ne pense pas que l'on puisse m'objecter d'utiliser trop de calculs algébriques, je n'utiliserai strictement que des fonctions affines. D'autre part, il est bien évident que **R** doit intervenir d'une manière fondamentale et pourquoi refuser la connaissance de **R**, lui préférer une « axiomatisation » ingénieuse ou compliquée de la droite qui revient en fin de compte à une axiomatisation détournée de **R** ?

Quant aux dessins ils ne sont d'aucune utilité; l'usage a voulu que l'instrument appelé « règle » permette de tracer des droites, c'est-à-dire de dessiner très localement des traits qui, tout au moins dans les limites de la feuille de papier, se comportent aussi bien que des droites. Il nous arrivera de faire des dessins, généralement pour alléger un texte, mais aucune démonstration ne se fera sur un dessin.

Cette première partie que nous traitons dans les pages suivantes pourrait s'intituler: *Structures affines de la droite et du plan.*

Dans le premier chapitre « La droite », nous envisageons la droite comme espace sans environnement, c'est-à-dire que cette droite n'est jamais « vue de l'extérieur »; physiquement cela revient à imaginer les géomètres de la droite situés dans la droite ne pouvant se repérer que dans la droite et nullement par des éléments extérieurs. Pourquoi avons-nous l'habitude de « voir » la droite de l'extérieur, le plan par dessus ou par dessous et l'espace dit « à trois dimensions » de l'intérieur ? Il y a là un manque d'homogénéité des points de vue, difficilement admissible aujourd'hui.

Le deuxième chapitre « Le plan », adopte bien entendu le même point de vue, mais d'autres éléments seront introduits, « Les droites du plan », qui sont en quelque sorte les droites vues de l'extérieur, c'est-à-dire que les repérages sur cette droite peuvent se faire non seulement à partir de la droite elle-même mais aussi à partir du plan dans lequel est cette droite; il en résulte que les droites du plan « ressemblent » davantage aux droites traditionnelles.