

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 17 (1971)
Heft: 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UN CRITÈRE D'IRRÉDUCTIBILITÉ DES POLYNOMES
Kapitel: Notations
Autor: Mignotte, Maurice
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-44580>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 17.10.2024

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

UN CRITÈRE D'IRRÉDUCTIBILITÉ DES POLYNOMES

par Maurice MIGNOTTE

NOTATIONS

A désigne un anneau commutatif unitaire tel que tout élément non nul de A n'a qu'un nombre fini de diviseurs.

P est un polynôme de degré $d \geq 1$ de $A[x]$.

$u = u(P)$ = nombre d'éléments $a \in A$ tels que $P(a)$ soit une « unité » de A .

$i = i(P)$ = nombre d'éléments $a \in A$ tels que $P(a)$ soit irréductible dans A .

Remarquons d'abord que 1 n'a qu'un nombre fini de diviseurs, ainsi il n'y a qu'un nombre fini d'unités e_1, e_2, \dots, e_k dans A .

Soient $a_{j,1}, \dots, a_{j,u_j}$ les éléments tels que $P(a) = e_j, j = 1, \dots, k$. A étant intègre, on a l'inégalité $u_j \leq d$. Donc $u = u_1 + \dots + u_k$ est fini. Par contre, il peut se faire que i ne soit pas fini, si tel est le cas, dans tout ce qui suit on pourra remplacer i par un entier i' assez grand.

CRITÈRE D'IRRÉDUCTIBILITÉ

Théorème : Il existe une constante c (ne dépendant que de A) telle que l'inégalité

$$i + 2u - d > c$$

implique l'irréductibilité de P sur $A[x]$.

Démonstration :

Supposons que l'on ait $P = Q.R$ avec $Q, R \in A[x]$, avec $\deg(Q), \deg(R) \geq 1$.

Les implications

$$P(a) \text{ irréductible} \Rightarrow Q(a) \text{ ou } R(a) \text{ inversible,}$$

$$P(a) \text{ inversible} \Rightarrow Q(a) \text{ et } R(a) \text{ inversibles,}$$

conduisent à l'inégalité

$$u(Q) + u(R) \geq i + 2u$$