

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 18 (1972)  
**Heft:** 1: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** L'ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY RIEMANN SUR UN  
DOMAINE STRICTEMENT PSEUDO-CONVEXE SOLUTIONS  
BORNÉES

**Autor:** Jambon, M.

**Kapitel:** §2. Forme différentielle de Cauchy-Fantappiè

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-45380>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 23.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

CHAPITRE PREMIER

FORMES DE CAUCHY-FANTAPPIÈ

§ 2. FORME DIFFÉRENTIELLE DE CAUCHY-FANTAPPIÈ

Sur un ouvert  $W$  de  $\mathbf{C}^n \times \mathbf{C}^n$ , soit  $f^*$  un  $n$ -uplet de formes de  $\mathcal{C}_{(1,0;0,0)}^2(W)$ ,  $f^* = \{f_v^*\}_{1 \leq v \leq n}$ .

Pour chaque  $v$  on définit  $f_v(x, y) = f_v^*(x, y) [x - y]$  et on suppose que chaque fonction  $f_v(x, y)$  ainsi définie ne s'annule pas sur  $W$ .

*Définition 1.*

$$D_q(f^*) = \frac{f_1^*}{f_1} \wedge \bar{\partial}_y \left( \frac{f_2^*}{f_2} \right) \wedge \dots \wedge \bar{\partial}_y \left( \frac{f_q^*}{f_q} \right) \wedge \bar{\partial}_x \left( \frac{f_{1+q}^*}{f_q} \right) \wedge \dots \wedge \bar{\partial}_x \left( \frac{f_n^*}{f_n} \right)$$

s'appelle la forme différentielle de Cauchy-Fantappiè (C.F. forme) d'ordre  $q$  sur  $W$ , associée à  $f^*$ .

THÉORÈME 1.  $D_q(f^*)$  est indépendant de  $f_1^*$ .

Démonstration.  $D_q(f^*) \in \mathcal{C}_{(n, n-q; 0, q-1)}^1(W)$ . On va donc faire agir  $D_q(f^*)$  sur  $2n-1$  vecteurs et on mettra en évidence une simplification par  $f_1^* [x - y]$ .

On pose  $X_v \in E$  pour  $1 \leq v \leq 2n - q$ ,

$X_v \in F$  pour  $2n - q + 1 \leq v \leq 2n - 1$ ,

avec les notations du § 1 (ici  $E = F = \mathbf{C}^n$ ).

On note  $\xi_v = y$  pour  $2 \leq v \leq q$ ,

$\xi_v = x$  pour  $q + 1 \leq v \leq n$ ,

$\sigma_{2n-1}$  est le groupe symétrique d'ordre  $2n - 1$ .

$I = (i_{q+1}, \dots, i_n)$  un arrangement à  $(n - q)$  éléments de  $\{1, \dots, 2n - q\}$ ,

$J = (j_2, \dots, j_q)$  une permutation à  $(q - 1)$  éléments de  $\{2n - q + 1, \dots, 2n - 1\}$ ,

$K = \{k_1, \dots, k_n\}$ ,  $k_1 < \dots < k_n$  un ensemble tel que  $K \cap I = \{1, \dots, 2n - q\}$ ,  $K \cap J = \emptyset$ .

On a alors une écriture intéressante de  $D_q(f^*)$ .

$$D_q(f^*) [X_1, \dots, X_{2n-1}] = \sum_{I, J} \sum_{\substack{\sigma \in \sigma_{2n-1} \\ 2 \leq v \leq q \\ q+1 \leq v \leq n}} \varepsilon_\sigma \frac{f_1^* [X_{\sigma(1)}]}{f_1^* [x-y]} \prod_{v=1}^n \bar{\partial}_{\xi v} \left[ \frac{f_v^* [X_{\sigma(2v+1)}]}{f_v^* [x-y]} \right] (X_{\sigma(2v)}).$$

La sommation pour  $I, J$  fixés est une forme  $n$ -C-linéaire alternée de  $X_{k_1}, \dots, X_{k_n}$ ; elle est donc parfaitement déterminée par sa valeur sur une base de  $\mathbf{C}^n$  dans laquelle on va choisir  $X_{k_1} = [x-y]$ . On peut le faire car ce vecteur se comporte comme un vecteur constant vis-à-vis de  $\bar{\partial}_x$  et  $\bar{\partial}_y$ . Si  $\sigma_{(1)} \neq k_1 \exists v$  avec  $X_{\sigma(2v+1)} = X_{k_1} = [x-y]$  pour ce  $v$  on a

$$\bar{\partial}_{\xi v} \left[ \frac{f_v^* [X_{\sigma(2v+1)}]}{f_v^* [x-y]} \right] = 0.$$

Les seuls termes restants sont des termes avec  $\sigma(1) = k_1$  et on a la simplification

$$\frac{f_1^* [x-y]}{f_1^* [x-y]} = 1.$$

Le théorème est démontré.

### § 3. UNE FORMULE D'HOMOTOPIE

Nous allons utiliser le théorème 1 pour rechercher la connexion entre différentes C.F. formes. Nous entrevoyons ensuite les cas particuliers importants pour la suite.

1. Soit toujours  $W$  un ouvert de  $\mathbf{C}^n \times \mathbf{C}^n$ .

*Définition 2.* Pour  $1 \leq v \leq r$ , soit  $f_v^* \in \mathcal{C}_{(p_v, q_v; r_v, s_v)}^{k_v}(W)$  et  $\alpha_1, \dots, \alpha_r$  des entiers tels que  $\alpha_1 + \dots + \alpha_r = n$ .

$$D_{\alpha_1, \dots, \alpha_r}(f_1^*, \dots, f_r^*) = \left( \wedge^{\alpha_1} f_1^* \right) \wedge \dots \wedge \left( \wedge^{\alpha_r} f_r^* \right).$$

*Définition 3.* Soit  $f^* \in \mathcal{C}_{(1, 0; 0, 0)}^2(W)$  avec  $f(x, y) = f^*(x, y) [x-y]$  ne s'annule pas sur  $W$ .

$$D_{q+1}(f^*) = D_{1, q, r} \left( \frac{f^*}{f}, \bar{\partial}_y \frac{f^*}{f}, \bar{\partial}_x \frac{f^*}{f} \right).$$