

# Notes sur le chapitre 3

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1973)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

*Notes sur le chapitre 3*

§ 1: le théorème de Chevalley-Warning a une histoire intéressante. En 1933, Tsen avait prouvé que le corps  $K = C(T)$  des fractions rationnelles à une variable  $T$  sur un corps algébriquement clos  $C$  possède la propriété  $(B_0)$  (autrement dit, a un groupe de Brauer nul: Tsen (1933)); Artin nota que la démonstration de Tsen consistait: (1) à prouver que  $K$  possède la propriété  $(C_1)$ ; puis (2) à déduire directement la propriété  $(B_0)$  de la propriété  $(C_1)$ , sans utiliser la définition particulière de  $K$ ; comme les corps finis possèdent la propriété  $(B_0)$  (théorème de Wedderburn !) et que par ailleurs ils « ne sont pas trop loin » de leur clôture algébrique (chap. 1, § 1), Artin fut amené à conjecturer que les corps finis possèdent la propriété  $(C_1)$ ; ce qui fut aussitôt démontré en caractéristique 2 par Völsch, puis en caractéristique quelconque par Chevalley, sous une forme d'ailleurs plus forte que celle prévue par Artin (Chevalley (1935)); c'est Warning qui, examinant la démonstration de Chevalley, s'aperçut que, pour les corps finis, la « bonne » propriété n'était pas la propriété  $(C_1)$ , mais la divisibilité de  $N$  par  $p$  (Warning (1935)): d'où finalement le nom de « théorème de Chevalley-Warning » attribué au théorème 1. Ce théorème a d'ailleurs été amélioré par Ax (1964), qui a prouvé ceci (mêmes notations que dans le th. 1): si  $b$  est le plus grand entier strictement inférieur à  $n/d$ ,  $N$  est divisible par  $q^b$  (donc par  $p^{fb}$ ). Ce résultat d'Ax a lui-même été perfectionné récemment par Katz (1971); à ce sujet, voir le chapitre 7.

Indiquons que l'étude de la propriété  $(C_1)$  (et plus généralement de la propriété  $(C_r)$ ) a été reprise systématiquement dans les années cinquante par Lang (1952) et Nagata (1957) et a connu depuis lors des développements importants; à ce sujet, voir [7], ainsi que Terjanian (1972). Signalons par ailleurs qu'il existe des corps possédant la propriété  $(B_0)$ , « très proches » de leur clôture algébrique (de façon précise, quasi-finis), et ne possédant pourtant pas la propriété  $(C_1)$ , ni même la propriété  $(C_r)$ , si grand que soit  $r$ : voir Ax (1965, a, b; 1968).

§ 2: le calcul modulo  $p$  de  $N$  par la formule (2.2.2) est parfois baptisé « méthode de Kronecker » ou « méthode de Lebesgue » (voir Lebesgue (1837, I), th. 1); pour des généralisations de cette formule, voir Dwork (1960, a; 1966, b); voir également les chapitres 7 et 9.

§ 3 et 4: comme indiqué dans le texte, les théorèmes 3 et 4 sont dus respectivement à Warning (1935) et Terjanian (1966). Pour des résultats analogues au théorème 5 (mais moins triviaux !), voir Carlitz (1953, b; 1954, b), et Redei (1946).