

## 2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1973)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 2. PROBLÈMES D'EXISTENCE

### 2.1. Un problème de contrôle dans les coefficients

Soit  $\Omega$  un ouvert borné de  $\mathbf{R}^n$ , de frontière  $\Gamma$  régulière. L'ensemble des contrôles est défini par <sup>1)</sup>:

$$(2.1) \quad \mathcal{U}_{ad} = \{v \mid v \in L^\infty(\Omega), 0 < m \leq v(x) \leq M < \infty \text{ p.p. dans } \Omega\}$$

( $\mathcal{U}_{ad}$  = ensemble des contrôles *admissibles*).

Pour  $v \in \mathcal{U}_{ad}$ , l'état  $y(v)$  du système est défini par la solution du problème elliptique:

$$(2.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) v(x) \frac{\partial y}{\partial x_j} \right) = f \text{ dans } \Omega, \\ y = 0 \text{ sur } \Gamma, \end{array} \right.$$

où  $f$  est donné par exemple dans  $L^2(\Omega)$  et où les  $a_{ij}$  sont donnés avec:

$$(2.3) \quad a_{ij} \in L^\infty(\Omega), \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq \alpha \sum_{i=1}^n \xi_i^2, \alpha > 0.$$

Le problème (2.2) admet une solution unique:

$$(2.4) \quad y(v) \in H_0^1(\Omega)^2).$$

La fonction coût est par exemple:

$$(2.5) \quad J(v) = \left( \int_{\Omega} |y(v) - z_d|^2 dx \right)^{1/2},$$

où  $z_d$  (état désiré) est donné dans  $L^2(\Omega)$ . Le problème est alors de *minimiser*  $J(v)$  lorsque  $v$  parcourt  $\mathcal{U}_{ad}$ .

Pour des exemples physiques où ce problème intervient, Cf. K. A. Lure [1]; on ignore s'il existe  $u \in \mathcal{U}_{ad}$  tel que  $J(u) = \inf. J(v), v \in \mathcal{U}_{ad}$ . On va voir, suivant Murat [1] que la réponse est *négative* pour un problème très voisin du précédent.

<sup>1)</sup> Toutes les fonctions utilisées sont à valeurs réelles.

<sup>2)</sup>  $H^1(\Omega)$  désigne l'espace de Sobolev (Cf. Sobolev [1]) des fonctions  $\varphi \in L^2(\Omega)$  telles que  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \in L^2(\Omega), i = 1, \dots, n$  et  $H_0^1(\Omega)$  le sous espace des  $\varphi \in H^1(\Omega)$  tels que  $\varphi = 0$  sur  $\Gamma$ .