

2.3. Un résultat général d'existence

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1973)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Vérifions maintenant (2.10); si un tel u existait, on aurait nécessairement $y(u) = 1 + x^2$, d'où en portant dans (2.7) (où l'on prend $v = u$):

$$-\frac{d}{dx}(2xu) + u(1+x^2) = 0, \text{ d'où:}$$

$$(2.18) \quad u = Cx^{-1/2} \exp. \left(\frac{x^2}{4} \right); C = \text{constante};$$

or, il n'existe aucune fonction de la forme (2.18) qui puisse être dans \mathcal{U}_{ad} .

Remarque 2.1.

Si l'on prend $J(v) = \left(\int_0^1 |y(v) - z_d(x)|^2 dx \right)^{1/2}$, on peut se demander pour quelle classe de z_d le problème n'admet pas de solution. Pour des résultats dans ce sens, Cf. F. Murat-L. Tartar [1], M. F. Bidaut [1].

Remarque 2.2.

On trouvera d'autres contre exemples (pour les dimensions supérieures et des systèmes paraboliques) dans Murat [1] [2].

Remarque 2.3.

Pour l'étude de problèmes *relaxés* attachés à des problèmes du type précédent, Cf. L. Cesari [1].

2.3. *Un résultat général d'existence*

Nous mentionnons maintenant un résultat de J. Baranger [1], que nous utiliserons aux n° suivants, et en particulier au n° 2.4. ci-après pour la résolution d'un problème « voisin » de celui du n° 2.1.

On considère, dans un espace de Banach X sur \mathbf{R} uniformément réflexif, dont la norme est notée $\| \cdot \|$, une fonction:

$$(2.19) \quad \left| \begin{array}{l} \varphi \rightarrow M(\varphi) \text{ semi continu inférieurement (s.c.i.) de} \\ X \rightarrow \mathbf{R}, M(\varphi) \geq c > -\infty, \end{array} \right.$$

et un ensemble $S \subset X$ avec:

$$(2.20) \quad S \text{ est fermé dans } X.$$

(en particulier S n'est pas nécessairement convexe).

On considère alors, pour $\xi \in X$, le problème

$$(2.21) \quad \inf_{\varphi \in S} [J(\varphi) + \|\xi - \varphi\|].$$

On a (Baranger, loc. cit.) le

THÉORÈME 2.1. *On peut choisir ξ dans un ensemble $\mathcal{X} \subset X$, dense dans X , ¹⁾ de sorte qu'alors le problème (2.21) admette une solution (i.e. il existe alors $\varphi_0 \in S$) tel que*

$$J(\varphi_0) + \|\xi - \varphi_0\| = \inf_{\varphi \in S} [J(\varphi) + \|\xi - \varphi\|].$$

Si $J = 0$, c'est un théorème dû à Edelstein [1].

2.4. Application au problème de contrôle dans les coefficients

Pour $\xi \in L^2(\Omega)$, on introduit (l'état $y(v)$ étant donné par (2.2)) :

$$(2.22) \quad J_\varepsilon(v) = \left(\int_\Omega |y(v) - z_d|^2 dx \right)^{1/2} + \varepsilon \|v - \xi\|_{L^2(\Omega)}$$

$$\varepsilon > 0.$$

On est alors dans les conditions d'application du Théorème 2.1, si l'on prend :

$$X = L^2(\Omega), \quad S = \mathcal{U}_{ad},$$

$$J(v) = \frac{1}{\varepsilon} \left(\int_\Omega |y(v) - z_d|^2 dx \right)^{1/2}.$$

Donc: *On peut choisir ξ dans un ensemble dense de $L^2(\Omega)$ de manière qu'alors il existe $u \in \mathcal{U}_{ad}$ tel que*

$$J_\varepsilon(u) = \inf_{v \in \mathcal{U}_{ad}} J_\varepsilon(v).$$

Remarque 2.4

Les problèmes du type « contrôle dans les coefficients » se rattachent également aux résultats de Spagnolo [1] [2] et Marino-Spagnolo [1].

¹⁾ M^{lle} F. Bidaut [1] a montré qu'il existe x ensemble G_δ dense avec la propriété.