2.4. Application au problème de contrôle dans les coefficients

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **19 (1973)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **06.08.2024**

On considère alors, pour $\xi \in X$, le problème

(2.21) $$\inf_{\varphi \in S} [J(\varphi) + \| \xi - \varphi \|].$$

On a (Baranger, loc. cit.) le

THÉORÈME 2.1. *On peut choisir ξ dans un ensemble $\mathscr{X} \subset X$,* dense dans X, [1]) *de sorte qu'alors le problème* (2.21) *admette une solution* (i.e. il existe alors $\varphi_0 \in S$) *tel que*

$$J(\varphi_0) + \| \xi - \varphi_0 \| = \inf_{\varphi \in S} [J(\varphi) + \| \xi - \varphi \|].$$

Si $J = 0$, c'est un théorème dû à Edelstein [1].

2.4. *Application au problème de contrôle dans les coefficients*

Pour $\xi \in L^2(\Omega)$, on introduit (l'état $y(v)$ étant donné par (2.2)):

(2.22) $$J_\varepsilon(v) = \left(\int_\Omega | y(v) - z_d |^2 \, dx \right)^{1/2} + \varepsilon \| v - \xi \|_{L^2(\Omega)}$$
$\varepsilon > 0$.

On est alors dans les conditions d'application du Théorème 2.1, si l'on prend:

$$X = L^2(\Omega) \ , \ S = \mathscr{U}_{ad} \ ,$$

$$J(v) = \frac{1}{\varepsilon} \left(\int_\Omega | y(v) - z_d |^2 \, dx \right)^{1/2} .$$

Donc: *On peut choisir ξ dans un ensemble dense de $L^2(\Omega)$ de manière qu'alors il existe $u \in \mathscr{U}_{ad}$ tel que*

$$J_\varepsilon(u) = \inf J_\varepsilon(v) \ , \ v \in \mathscr{U}_{ad}.$$

Remarque 2.4

Les problèmes du type « contrôle dans les cœfficients » se rattachent également aux résultats de Spagnolo [1] [2] et Marino-Spagnolo [1].

---

[1]) Mlle F. Bidaut [1] a montré qu'il existe $\mathscr{X}$ *ensemble G_δ dense* avec la propriété.