

1. Introduction

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

ON DIOPHANTINE EQUATIONS OF THE FORM $x^2 + D = p^k$

by Edward L. COHEN¹

1. INTRODUCTION

Numerous authors have proved the following theorem:

Theorem 1.1. There are only finitely many solutions of the equation

$$(1.1) \quad x^2 + D = r^k,$$

D, r positive fixed integers; $k = 1, 2, 3, \dots$

This has been shown mainly through the theorem of Thue [16] or Landau-Ostrowski [6] which states

Theorem 1.2. The equation

$$(1.2) \quad ax^2 + bx + c = dy^n$$

with n (fixed) ≥ 3 , $ad \neq 0$, $b^2 - 4ac \neq 0$ (all letters denoting rational integers) has at most a finite number of solutions.

Proof of Theorem 1.1. Let $a = 1$, $b = 0$, $c = D$. Then equation (1.2) can be transformed into

$$(1.3) \quad x^2 + D = dy^n.$$

Now let $y = r^v$, $v = [k/3]$, and $d = 1, r, r^2$ if $k \equiv 0, 1, 2 \pmod{3}$, respectively. Then equation (1.3) becomes three equations of the type (1.2) when $n = 3$. ∇

Mordell [9] proved Theorem 1.2 when $n = 3$. This is obviously sufficient for our purposes.

Henceforth, r will be a prime p and $D \equiv 3 \pmod{4}$ [unless explicitly stated otherwise]. Under the conditions that r be a prime, Apéry proved [1], [2] that equation (1.1) has at most two solutions unless $D = 7$ and $p = 2$.

¹ This research was supported in part by the National Research Council of Canada, Grant A-7164.