

1. Quelques rappels historiques

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

PROBLÈMES ACTUELS DE THÉORIE DES REPRÉSENTATIONS

par Pierre GABRIEL

1. QUELQUES RAPPELS HISTORIQUES

La notion d'anneau et de module s'est dégagée au cours de la deuxième moitié du 19^e siècle et c'est alors qu'ont été publiés les premiers énoncés de classification. De tous ces énoncés, qui étaient intimement liés à des problèmes géométriques ou matriciels, nous ne voulons retenir ici que les deux suivants :

Le théorème de Jordan classe les matrices complexes à similitude près ou, si l'on veut, les modules de \mathbf{C} -dimension finie sur l'algèbre des polynômes $\mathbf{C}[T]$. En fait, le « noyau » de la démonstration consiste en une classification des matrices nilpotentes, c'est-à-dire des modules de dimension finie sur les algèbres $\mathbf{C}[T]/(T^n)$.

Un problème de classification un peu plus général a été proposé par Weierstrass et finalement résolu par Kronecker vers 1900 : deux couples de matrices complexes (A, B) et (A', B') de même type $m \times n$ sont dits équivalents s'il existe des matrices inversibles P et Q telles que $A' = PAQ$ et $B' = PBQ$. Kronecker a déterminé les classes d'équivalence de tels couples. Comme on le voit assez facilement, son problème se ramène à la classification des modules de \mathbf{C} -dimension finie sur l'anneau $\mathbf{C}[X, Y]/(X^2, XY, Y^2)$: associer au couple (A, B) le module d'espace sous-jacent $k^n \oplus k^m$ tel que $X(u, v) = (0, Au)$ et $Y(u, v) = (0, Bu)$. Nous donnons plus loin la liste des classes d'isomorphisme de tels modules.

Aux résultats expérimentaux de la fin du 19^e siècle a succédé de 1920 à 1950 une vague de « théories ». C'est alors qu'a été dégagée la notion d'anneau artinien et qu'ont été démontrés les premiers énoncés généraux non triviaux : l'anneau des endomorphismes d'un module indécomposable est local (Fitting), la décomposition d'un module de longueur finie en somme directe d'indécomposables est unique « à isomorphisme près » (Krull-Remak-Schmidt)... La fin de cette vague de théoriciens est marquée par la formulation des conjectures de Brauer-Thrall, dont il sera de nouveau question plus loin.

