

# §8. Jordan

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **20 (1974)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

rales » dans le cadre de sa classification de 1863. On le regrettera d'autant que notre auteur avait conscience de ce problème, comme l'atteste le texte écrit à l'intention du Grand-Prix. Nous l'avons vu plus haut, Listing a publié des considérations sur le ruban de Möbius en 1861 déjà. Il a donc la priorité de droit sur cette découverte. En fait, les archives de Möbius et de Listing établissent que c'est en juillet 1858 chez le premier, en septembre de la même année chez le second que cette surface apparaît. Cette concordance dans les dates mérite réflexion. En examinant de près cette question, j'ai acquis la conviction que le père du fameux ruban est en réalité l'inévitable Gauss<sup>1</sup>. En tout état de cause, le nom par lequel on a coutume d'appeler cette surface est justifié. Pour Listing c'était uniquement une forme secondaire, faisant exception à celles qu'il étudiait, et juxtaposée mais non intégrée à son étude. Pour Möbius, au contraire, le ruban est un élément qui se présente naturellement et nécessairement. Möbius a défini l'homéomorphisme, pris en considération et résolu pour la première fois le problème de la classification des lignes et des surfaces orientables, ouvertes ou fermées, déterminé un invariant topologique: leur ordre de connexion, et ceci par voie originale, montré l'existence d'une relation entre ce nombre et la caractéristique d'Euler, abordé le problème de l'homéomorphisme entre corps de l'espace, introduit rigoureusement, et de l'intérieur, les surfaces « unilatérales ». Si Euler, Listing, Riemann et autres ont donné des béquilles à la topologie, Möbius lui a donné des ailes. Néanmoins, l'influence de son œuvre sur le développement de la topologie ne fut pas aussi importante que ce que l'on aurait été en droit d'attendre, ni la notoriété de Möbius ce qu'elle aurait dû être. Il est quasi certain que si l'Académie lui avait décerné le prix, amplement mérité par l'extraordinaire originalité du mémoire, ses résultats auraient eu une diffusion large et rapide; tandis que les quelques pages, d'une lecture relativement difficile, traitant d'un sujet ne paraissant se rattacher à rien, et qui plus est, parues dans un périodique d'ordre secondaire, n'eurent guère d'audience.

#### § 8. JORDAN

Le premier des deux importants problèmes topologiques que Camille Jordan aborde au cours de l'année 1866 s'inspire d'une question traitée par Gauss en 1827: « Un des problèmes les plus connus de la géométrie est le suivant: Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour

---

<sup>1</sup> Voir opusc. cité, p. 109-110.

que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et inextensibles puissent être appliquées l'une sur l'autre sans déchirure ni duplication. On peut se proposer un problème analogue, en supposant au contraire, que les surfaces considérées soient extensibles à volonté. La question ainsi simplifiée rentre dans la géométrie de situation, et nous allons la résoudre en démontrant le théorème suivant :

**Théorème.** Pour que deux surfaces ou portions de surfaces flexibles et extensibles à volonté soient applicables l'une sur l'autre sans déchirure ni duplication, il faut et il suffit :

1. Que le nombre des contours séparés qui limitent respectivement ces deux portions de surfaces soient le même. (Si les surfaces considérées sont fermées, ce nombre est nul).

2. Que le nombre maximum des contours fermés ne se traversant ni eux-mêmes ni mutuellement nulle part, que l'on peut tracer sur chacune des deux surfaces sans la partager en deux régions séparées, soit le même de part et d'autre.»

Le second travail de Jordan est lui complètement neuf : « Deux contours fermés quelconques, tracés sur une surface donnée, seront dits réductibles l'un à l'autre, si l'on peut passer de l'un à l'autre par une déformation progressive.

« Deux contours quelconques tracés sur un plan sont toujours réductibles l'un à l'autre ; mais il n'en est pas de même sur toute surface : ainsi, par exemple, il est clair que dans un tore un méridien et un parallèle forment deux contours irréductibles.

» Nous nous proposons ici de déterminer dans quels cas deux contours, tracés sur une surface donnée, sont réductibles l'un à l'autre.»

Jordan est ainsi le père de la notion d'homotopie. Une étude détaillée de son texte fait voir qu'il est passé tout près de l'idée de groupe fondamental, en quoi Poincaré reconnaîtra un outil d'une grande efficacité pour la topologie.

## § 9. FELIX KLEIN ET LE PROGRAMME D'ERLANGEN

En 1872, Felix Klein âgé de 25 ans, présente un travail dont l'intérêt pour l'histoire des mathématiques, et en particulier pour l'histoire de la topologie, est considérable. La genèse de ce texte — qu'on appelle le Pro-